

गणित

(अध्याय - 12) (घातांक और घात)

(कक्षा - 8)

प्रश्नावली 12.1

प्रश्न 1:

मान ज्ञात कीजिए:

(i) 3^{-2}

(ii) $(-4)^{-2}$

(iii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$

उत्तर 1:

(i) $3^{-2} = \frac{1}{3^2}$ $\left[\because a^{-m} = \frac{1}{a^m} \right]$

$= \frac{1}{9}$

(ii) $(-4)^{-2} = \frac{1}{(-4)^2}$ $\left[\because a^{-m} = \frac{1}{a^m} \right]$

$= \frac{1}{16}$

(iii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = \left(\frac{2}{1}\right)^5$ $\left[\because a^{-m} = \frac{1}{a^m} \right]$

$= (2)^5 = 32$

प्रश्न 2:

सरल कीजिए और उत्तर को धनात्मक घातांक के रूप में व्यक्त कीजिए।

(i) $(-4)^5 \div (-4)^8$ (ii) $\left(\frac{1}{2^3}\right)^2$ (iii) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4$

(iv) $(3^{-7} \div 3^{-10}) \times 3^{-5}$ (v) $2^{-3} \times (-7)^{-5}$

उत्तर 2:

(i) $(-4)^5 \div (-4)^8 = (-4)^{5-8}$ $\left[\because a^m \div a^n = a^{m-n} \right]$
 $= (-4)^{-3} = \frac{1}{(-4)^3}$ $\left[\because a^{-m} = \frac{1}{a^m} \right]$

(ii) $\left(\frac{1}{2^3}\right)^2 = \frac{1^2}{(2^3)^2}$ $\left[\because \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \right]$
 $= \frac{1}{2^{3 \times 2}} = \frac{1}{2^6}$ $\left[\because (a^m)^n = a^{m \times n} \right]$

(iii) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4 = (-3)^4 \times \frac{5^4}{3^4}$ $\left[\because \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \right]$
 $= \{(-1)^4 \times 3^4\} \times \frac{5^4}{3^4}$ $\left[\because (ab)^m = a^m b^m \right]$
 $= 3^{4-4} \times 5^4$ $\left[\because a^m \div a^n = a^{m-n} \right]$
 $= 3^0 \times 5^4 = 5^4$ $\left[\because a^0 = 1 \right]$

$$\begin{aligned}
 \text{(iv)} \quad & (3^{-7} \div 3^{-10}) \times 3^{-5} = 3^{-7-(-10)} \times 3^{-5} & [\because a^m \div a^n = a^{m-n}] \\
 & = 3^{-7+10} \times 3^{-5} = 3^3 \times 3^{-5} = 3^{3+(-5)} & [\because a^m \times a^n = a^{m+n}] \\
 & = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} & [\because a^{-m} = \frac{1}{a^m}] \\
 \text{(v)} \quad & 2^{-3} \times (-7)^{-3} = \frac{1}{2^3} \times \frac{1}{(-7)^3} & [\because a^{-m} = \frac{1}{a^m}] \\
 & = \frac{1}{\{2 \times (-7)\}^3} = \frac{1}{(-14)^3} & [\because (ab)^m = a^m b^m]
 \end{aligned}$$

प्रश्न 3:

मान ज्ञात कीजिए:

$$\begin{aligned}
 \text{(i)} \quad & (3^0 + 4^{-1}) \times 2^2 & \text{(ii)} \quad (2^{-1} \times 4^{-1}) \div 2^{-2} & \text{(iii)} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \\
 \text{(iv)} \quad & (3^{-1} + 4^{-1} + 5^{-1})^0 & \text{(v)} \quad \left\{\left(\frac{-2}{3}\right)^{-2}\right\}^2
 \end{aligned}$$

उत्तर 3:

$$\begin{aligned}
 \text{(i)} \quad & (3^0 + 4^{-1}) \times 2^2 = \left(1 + \frac{1}{4}\right) \times 2^2 & [\because a^{-m} = \frac{1}{a^m}] \\
 & = \left(\frac{4+1}{4}\right) \times 2^2 = \frac{5}{4} \times 2^2 = \frac{5}{2^2} \times 2^2 \\
 & = 5 \times 2^{2-2} & [\because a^m \div a^n = a^{m-n}] \\
 & = 5 \times 2^0 = 5 \times 1 = 5 & [\because a^0 = 1] \\
 \text{(ii)} \quad & (2^{-1} \times 4^{-1}) \div 2^{-2} = \left(\frac{1}{2^1} \times \frac{1}{4^1}\right) \div 2^{-2} & [\because a^{-m} = \frac{1}{a^m}] \\
 & = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2^2}\right) \div 2^{-2} = \frac{1}{2^3} \div 2^{-2} & [\because a^m \times a^n = a^{m+n}] \\
 & = 2^{-3} \div 2^{-2} = 2^{-3-(-2)} = 2^{-3+2} = 2^{-1} & [\because a^m \div a^n = a^{m-n}] \\
 & = \frac{1}{2} & [\because a^{-m} = \frac{1}{a^m}] \\
 \text{(iii)} \quad & \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = (2^{-1})^{-2} + (3^{-1})^{-2} + (4^{-1})^{-2} & [\because a^{-m} = \frac{1}{a^m}] \\
 & = 2^{-1 \times (-2)} + 3^{-1 \times (-2)} + 4^{-1 \times (-2)} & [\because (a^m)^n = a^{m \times n}] \\
 & = 2^2 + 3^2 + 4^2 = 4 + 9 + 16 = 29 \\
 \text{(iv)} \quad & (3^{-1} + 4^{-1} + 5^{-1})^0 = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)^0 & [\because a^{-m} = \frac{1}{a^m}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{20+15+12}{60} \right)^0 = \left(\frac{47}{60} \right)^0 = 1 & [\because a^0 = 1] \\
 \text{(v)} \quad &\left\{ \left(\frac{-2}{3} \right)^{-2} \right\}^2 = \left(\frac{-2}{3} \right)^{-2 \times 2} & [\because (a^m)^n = a^{m \times n}] \\
 &= \left(\frac{-2}{3} \right)^{-4} = \left(\frac{-3}{2} \right)^4 & [\because a^{-m} = \frac{1}{a^m}] \\
 &= \frac{81}{16}
 \end{aligned}$$

प्रश्न 4:

मान ज्ञात कीजिए:

$$\text{(i)} \quad \frac{8^{-1} \times 5^3}{2^{-4}}$$

$$\text{(ii)} \quad (5^{-1} \times 2^{-1}) \times 6^{-1}$$

उत्तर 4:

$$\begin{aligned}
 \text{(i)} \quad &\frac{8^{-1} \times 5^3}{2^{-4}} = \frac{(2^3)^{-1} \times 5^3}{2^{-4}} = \frac{2^{-3} \times 5^3}{2^{-4}} & [\because (a^m)^n = a^{m \times n}] \\
 &= 2^{-3-(-4)} \times 5^3 = 2^{-3+4} \times 5^3 & [\because a^m \div a^n = a^{m-n}] \\
 &= 2 \times 125 = 250
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ii)} \quad &(5^{-1} \times 2^{-1}) \times 6^{-1} = \left(\frac{1}{5} \times \frac{1}{2} \right) \times \frac{1}{6} & [\because a^{-m} = \frac{1}{a^m}] \\
 &= \frac{1}{10} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{60}
 \end{aligned}$$

प्रश्न 5:

m का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $5^m \div 5^{-3} = 5^5$.

उत्तर 5:

$$\begin{aligned}
 &5^m \div 5^{-3} = 5^5 \\
 \Rightarrow &5^{m-(-3)} = 5^5 & [\because a^m \div a^n = a^{m-n}] \\
 \Rightarrow &5^{m+3} = 5^5 \\
 &\text{दोनों पक्षों में तुलना करने पर} \\
 \Rightarrow &m+3=5 \\
 \Rightarrow &m=5-3 \\
 \Rightarrow &m=2
 \end{aligned}$$

प्रश्न 6:

मान ज्ञात कीजिए:

$$\text{(i)} \quad \left\{ \left(\frac{1}{3} \right)^{-1} - \left(\frac{1}{4} \right)^{-1} \right\}^{-1}$$

$$\text{(ii)} \quad \left(\frac{5}{8} \right)^{-7} \times \left(\frac{8}{5} \right)^{-4}$$

उत्तर 6:

$$(i) \quad \left\{ \left(\frac{1}{3} \right)^{-1} - \left(\frac{1}{4} \right)^{-1} \right\} = \left\{ \left(\frac{3}{1} \right)^1 - \left(\frac{4}{1} \right)^1 \right\} \quad \left[\because a^{-m} = \frac{1}{a^m} \right]$$

$$= \{3 - 4\} = -1$$

$$(ii) \quad \left(\frac{5}{8} \right)^{-7} \times \left(\frac{8}{5} \right)^{-4} = \frac{5^{-7}}{8^{-7}} \times \frac{8^{-4}}{5^{-4}}$$

$$= 5^{-7-(-4)} \times 8^{-4-(-7)}$$

$$= 5^{-7+4} \times 8^{-4+7} = 5^{-3} \times 8^3 = \frac{8^3}{5^3}$$

$$= \frac{512}{125}$$

$$\left[\because \left(\frac{a}{b} \right)^m = \frac{a^m}{b^m} \right]$$

$$\left[\because a^m \div a^n = a^{m-n} \right]$$

$$\left[\because a^{-m} = \frac{1}{a^m} \right]$$

प्रश्न 7:

सरल कीजिए।

$$(i) \quad \frac{25 \times t^{-4}}{5^{-3} \times 10 \times t^{-8}} \quad (t \neq 0) \quad (ii) \quad \frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 125}{5^{-7} \times 6^{-5}}$$

उत्तर 7:

$$(i) \quad \frac{25 \times t^{-4}}{5^{-3} \times 10 \times t^{-8}} = \frac{5^2 \times t^{-4}}{5^{-3} \times 5 \times 2 \times t^{-8}} = \frac{5^{2-(-3)-1} \times t^{-4-(-8)}}{2} \quad \left[\because a^m \div a^n = a^{m-n} \right]$$

$$= \frac{5^{2+3-1} \times t^{-4+8}}{2} = \frac{5^4 \times t^4}{2} = \frac{625}{2} t^4$$

$$(ii) \quad \frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 125}{5^{-7} \times 6^{-5}} = \frac{3^{-5} \times (2 \times 5)^{-5} \times 5^3}{5^{-7} \times (2 \times 3)^{-5}} = \frac{3^{-5} \times 2^{-5} \times 5^{-5} \times 5^3}{5^{-7} \times 2^{-5} \times 3^{-5}} \quad \left[\because (ab)^m = a^m b^m \right]$$

$$= \frac{3^{-5} \times 2^{-5} \times 5^{-5+3}}{5^{-7} \times 2^{-5} \times 3^{-5}} = \frac{3^{-5} \times 2^{-5} \times 5^{-2}}{5^{-7} \times 2^{-5} \times 3^{-5}} \quad \left[\because a^m \times a^n = a^{m+n} \right]$$

$$= 3^{-5-(-5)} \times 2^{-5-(-5)} \times 5^{-2-(-7)} \quad \left[\because a^m \div a^n = a^{m-n} \right]$$

$$= 3^{-5+5} \times 2^{-5+5} \times 5^{-2+7} = 3^0 \times 2^0 \times 5^5$$

$$= 1 \times 1 \times 3125 \quad \left[\because a^0 = 1 \right]$$

$$= 3125$$

गणित

(अध्याय - 12) (घातांक और घात)

(कक्षा - 8)

प्रश्नावली 12.2

प्रश्न 1:

निम्न संख्याओं को मानक रूप में व्यक्त कीजिए:

(i) 0.00000000000085

(ii) 0.000000000000942

(iii) 6020000000000000

(iv) 0.00000000837

(v) 31860000000

उत्तर 1:

(i) $0.00000000000085 = 0.00000000000085 \times \frac{10^{12}}{10^{12}} = 8.5 \times 10^{-12}$

(ii) $0.000000000000942 = 0.000000000000942 \times \frac{10^{12}}{10^{12}} = 9.42 \times 10^{-12}$

(iii) $6020000000000000 = 6020000000000000 \times \frac{10^{15}}{10^{15}} = 6.02 \times 10^{15}$

(iv) $0.00000000837 = 0.00000000837 \times \frac{10^9}{10^9} = 8.37 \times 10^{-9}$

(v) $31860000000 = 31860000000 \times \frac{10^{10}}{10^{10}} = 3.186 \times 10^{10}$

प्रश्न 2:

निम्न संख्याओं को सामान्य रूप में व्यक्त कीजिए:

(i) 3.02×10^{-6}

(ii) 4.5×10^4

(iii) 3×10^{-8}

(iv) 1.0001×10^9

(v) 5.8×10^{12}

(vi) 3.61492×10^6

उत्तर 2:

(i) $3.02 \times 10^{-6} = \frac{3.02}{10^6} = 0.00000302$

(ii) $4.5 \times 10^4 = 4.5 \times 10000 = 45000$

(iii) $3 \times 10^{-8} = \frac{3}{10^8} = 0.00000003$

(iv) $1.0001 \times 10^9 = 1000100000$

(v) $5.8 \times 10^{12} = 5.8 \times 1000000000000 = 5800000000000$

(vi) $3.61492 \times 10^6 = 3.61492 \times 1000000 = 3614920$

प्रश्न 3:

निम्नलिखित कथनों में जो संख्या प्रकट हो रही है उन्हें मानक रूप में व्यक्त कीजिए:

(i) 1 माइक्रॉन $\frac{1}{1000000}$ m के बराबर होता है।

(ii) एक इलेक्ट्रॉन का आवेश 0.000,000,000,000,000,000,16 कुलंब होता है।

(iii) जीवाणु की माप 0.0000005 m है।

(iv) पौधों की कोशिकाओं की माप 0.00001275 m है।

(v) मोटे कागज़ की मोटाई 0.07 mm है।

उत्तर 3:

- (i) $1 \text{ माइक्रॉन} = \frac{1}{1000000} = \frac{1}{10^6} = 1 \times 10^{-6} \text{ m}$
- (ii) एक इलेक्ट्रॉन का आवेश = $0.00000000000000000016 \text{ कुलंब}$
 $= 0.00000000000000000016 \times \frac{10^{19}}{10^{19}} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ कुलंब}$
- (iii) जीवाणु की माप = $0.0000005 = \frac{5}{10000000} = \frac{5}{10^7} = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$
- (iv) पौधों की कोशिकाओं की माप = $0.00001275 \text{ m} = 0.00001275 \times \frac{10^5}{10^5} \text{ m}$
 $= 1.275 \times 10^{-5} \text{ m}$
- (v) मोटे कागज़ की मोटाई = $0.07 \text{ mm} = \frac{7}{100} \text{ mm} = \frac{7}{10^2} = 7 \times 10^{-2} \text{ mm}$

प्रश्न 4:

एक ढेर में पाँच किताबें हैं जिनमें प्रत्येक की मोटाई 20 mm तथा पाँच कागज़ की शीटें हैं जिनमें प्रत्येक की मोटाई 0.016 mm है। इस ढेर की कुल मोटाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर 4:

प्रत्येक किताब की मोटाई = 20 mm
इसलिए, 5 किताबों की मोटाई = $20 \times 5 = 100 \text{ mm}$
प्रत्येक कागज़ की शीट की मोटाई = 0.016 mm
इसलिए, कागज़ की 5 शीटों की मोटाई = $0.016 \times 5 = 0.08 \text{ mm}$
ढेर की कुल मोटाई = $100 + 0.08 = 100.08 \text{ mm} = 100.08 \times \frac{10^2}{10^2} = 1.0008 \times 10^2 \text{ mm}$