गणित

(अध्याय – 8) (राशियों की तुलना)
(कक्षा – 8)

प्रश्नावली 8.1

प्रश्न 1:
निम्नलिखित का अनुपात ज्ञात कीजिए:
(a) एक साईकिल की 15 km प्रतिघंटे की गति का एक स्कूटर की 30 km प्रतिघंटे की गति से ।
(b) 50 m का 10 km से ।
(c) 50 पैसे का ₹ 5 से ।

उत्तर 1:
(a) साईकिल की गति = 15 km/hr
स्कूटर की गति = 30 km/hr
अतः, साईकिल और स्कूटर की गति का अनुपात $= 15 : 30 = \frac{15}{30} = \frac{1}{2} = 1:2$

(b) $\because$ 1 km = 1000 m
$\therefore$ 10 km = 10 x 1000 = 10000 m
$\therefore$ अनुपात = $\frac{5 \text{ m}}{10000 \text{ m}} = \frac{1}{2000} = 1:2000$

(c) $\because$ ₹ 1 = 100 पैसे
$\therefore$ ₹ 5 = 5 x 100 = 500 पैसे
अतः, अनुपात = $\frac{50 \text{ पैसे}}{500 \text{ पैसे}} = \frac{1}{10} = 1:10$

प्रश्न 2:
निम्नलिखित अनुपातों को प्रतिशत में परिवर्तित कीजिए: विद्यार्थियों में से विद्यार्थी गणित में अच्छे हैं। कितने विद्यार्थी गणित में अच्छे नहीं हैं?
(a) 3 : 4 (b) 2 : 3

उत्तर 2:
(a) 3:4 का प्रतिशत = $\frac{3}{4} \times 100\ \% = 75\%$
(b) 2:3 का प्रतिशत = $\frac{2}{3} \times 100\ \% = 66\frac{2}{3}\%$

प्रश्न 3:
विद्यार्थियों में से 72% विद्यार्थी गणित में अच्छे हैं। कितने विद्यार्थी गणित में अच्छे नहीं हैं?

उत्तर 3:
कुल विद्यार्थी = 25
विद्यार्थी, जो गणित में अच्छे हैं = 72% of 25 = $\frac{72}{100} \times 25 = 18$
विद्यार्थी, जो गणित में अच्छे नहीं हैं = 25 – 18 = 7
अतः, 7 विद्यार्थी गणित में अच्छे नहीं हैं।

प्रश्न 4:
एक फुटबॉल टीम ने कुल जितने मैच खेले उनमें से 10 में जीत हासिल की। यदि उनकी जीत का प्रतिशत 40 था तो उस टीम ने कुल कितने मैच खेले?

उत्तर 4:
माना, कुल मैच = x
प्रश्नानुसार, कुल मैच का 40% = 10

$\Rightarrow \quad 40\% \text{ of } x = 10$

$\Rightarrow \quad \frac{40}{100} \times x = 10$

$\Rightarrow \quad x = \frac{10 \times 100}{40} = 25$

अतः, फुटबॉल टीम ने कुल 25 मैच खेले थे।

प्रश्न 5:

यदि चमेली के पास अपने धन का 75% खर्च करने के बाद ₹ 600 बचे तो ज्ञात कीजिए कि उसके पास शुरू में कितने रूपए थे?

उत्तर 5:

माना, चमेली के पास शुरू में ₹ x रूपए थे।

प्रश्नानुसार, $x - x$ का 75% = 600

$\Rightarrow \quad x - \frac{75}{100} \times x = 600$

$\Rightarrow \quad x - \frac{3}{4} x = 600$

$\Rightarrow \quad x\left(1 - \frac{3}{4}\right) = 600$

$\Rightarrow \quad x\left(\frac{4-3}{4}\right) = 600$

$\Rightarrow \quad x = 600 \times 4 = ₹\ 2400$

अतः, चमेली के पास शुरू में 2,400 रूपए थे।

प्रश्न 6:

यदि किसी शहर में 60% व्यक्ति क्रिकेट पसंद करते हैं, 30% फुटबाल पसंद करते हैं और शेष अन्य खेल पसंद करते हैं, तो ज्ञात कीजिए कि कितने प्रतिशत व्यक्ति अन्य खेल पसंद करते हैं? यदि कुल व्यक्ति 50 लाख हैं तो प्रत्येक प्रकार के खेल को पसंद करने वाले व्यक्तियों की यथार्थ संख्या ज्ञात कीजिए।

उत्तर 6:

व्यक्तियों का प्रतिशत, जो क्रिकेट पसंद करते हैं = 60%

व्यक्तियों का प्रतिशत, जो फुटबाल पसंद करते हैं = 30%

व्यक्तियों का प्रतिशत, जो अन्य खेल पसंद करते हैं = 100% – (60% + 30%) = 10%

अब व्यक्तियों की संख्या, जो क्रिकेट पसंद करते हैं = 50,00,000 का 60%

$= \frac{60}{100} \times 50,00,000 = 30,00,000$

और व्यक्तियों की संख्या, जो फुटबाल पसंद करते हैं = 50,00,000 का 30%

$= \frac{30}{100} \times 50,00,000 = 15,00,000$

$\therefore$ व्यक्तियों की संख्या, जो अन्य खेल पसंद करते हैं = 50,00,000 का 10%

$= \frac{10}{100} \times 50,00,000 = 5,00,000$

अतः, व्यक्तियों की संख्या 5 लाख, जो अन्य खेल पसंद करते हैं ।

गणित

(अध्याय – 8) (राशियों की तुलना)
(कक्षा – 8)

प्रश्नावली 8.2

प्रश्न 1:
एक व्यक्ति के वेतन में 10% वृद्धि होती है। यदि उसका नया वेतन ₹1,54,000 है तो उसका मूल वेतन ज्ञात कीजिए।

उत्तर 1:
माना, मूल वेतन = ₹ 100
वेतन वृद्धि = ₹ 100 का 10% = ₹ 10
इसलिए, नया वेतन = 100 + 10 = ₹ 110
$\because$ नया वेतन = ₹ 110, जब मूल वेतन = ₹ 100
$\therefore$ नया वेतन = ₹ 1, जब मूल वेतन = $\frac{100}{110}$
$\therefore$ नया वेतन = ₹ 1,54,000, जब मूल वेतन $= \frac{100}{110} \times 154000$
= ₹ 1,40,000
अतः, व्यक्ति का मूल वेतन ₹ 1,40,000 है।

प्रश्न 2:
रविवार को 845 व्यक्ति चिड़ियाघर गए। सोमवार को केवल 169 व्यक्ति गए। चिड़ियाघर की सैर करने वाले व्यक्तियों की संख्या में सोमवार को कितने प्रतिशत कमी हुई?

उत्तर 2:
रविवार को, चिड़ियाघर गए व्यक्तियों की संख्या = 845
सोमवार को, चिड़ियाघर गए व्यक्तियों की संख्या = 169
व्यक्तियों की संख्या में कमी = 845 – 169 = 676
प्रतिशत कमी = $\frac{676}{845} \times 100 = 80\%$
अतः, चिड़ियाघर की सैर करने वाले व्यक्तियों की संख्या में 80% की कमी हुई।

प्रश्न 3:
एक दुकानदार ₹ 2,400 में 80 वस्तुएँ खरीदता है और उन्हें 16% लाभ पर बेचता है। एक वस्तु का विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

उत्तर 3:
वस्तुओं की संख्या = 80
वस्तुओं का क्रय मूल्य = ₹ 2,400
लाभ = 16%
$\because$ जब क्रय मूल्य = ₹ 100, तब विक्रय मूल्य = 100 + 16 = ₹ 116
$\therefore$ जब क्रय मूल्य = ₹ 1, तब विक्रय मूल्य = $\frac{116}{100}$
$\therefore$ जब क्रय मूल्य = ₹ 2400, तब विक्रय मूल्य = $\frac{116}{100} \times 2400$
= ₹ 2784
अतः, 80 वस्तुओं का विक्रय मूल्य = ₹ 2784
इसलिए, 1 वस्तु का विक्रय मूल्य = $\frac{2784}{80}$ = ₹ 34.80

प्रश्न 4:

एक वस्तु का मूल्य ₹ 15,950 था। ₹ 450 इसकी मरम्मत पर खर्च किए गए थे। यदि उसे 15% लाभ पर बेचा जाता है तो उसका विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

उत्तर 4:

यहाँ, वस्तु का मूल्य = ₹ 15,500 और मरम्मत पर खर्च = ₹ 450

इसलिए, क्रय मूल्य = 15500 + 450 = ₹ 15,950

लाभ = 15%

अतः, जब क्रय मूल्य = ₹ 100, तब विक्रय मूल्य = 100 + 15 = ₹ 115

$\therefore$ जब क्रय मूल्य = ₹ 1, तब विक्रय मूल्य = $\frac{115}{100}$

$\therefore$ जब क्रय मूल्य = ₹ 15950, तब विक्रय मूल्य = $\frac{115}{100} \times 15950$ = ₹ 18,342.50

प्रश्न 5:

एक VCR और TV में से प्रत्येक को ₹ 8000 में खरीदा गया। दुकानदार को VCR पर 4% हानि और TV पर 8% लाभ हुआ। इस पूरे लेन-देन में लाभ अथवा हानि प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

उत्तर 5:

VCR का क्रय मूल्य = ₹ 8000 और TV का क्रय मूल्य = ₹ 8000

दोनों का कुल क्रय मूल्य = ₹ 8000 + ₹ 8000 = ₹ 16,000

VCR पर हानि = 4%

माना, प्रत्येक का क्रय मूल्य = ₹ 100, तब VCR का विक्रय मूल्य = 100 – 4 = ₹ 96

$\because$ जब क्रय मूल्य = ₹ 100, तब विक्रय मूल्य = ₹ 96

$\therefore$ जब क्रय मूल्य = ₹ 1, तब विक्रय मूल्य = $\frac{96}{100}$

$\therefore$ जब क्रय मूल्य = ₹ 8000, तब विक्रय मूल्य = $\frac{96}{100} \times 8000$ = ₹ 7,680

और TV पर लाभ = 8%, तब TV का विक्रय मूल्य = 100 + 8 = ₹ 108

$\because$ जब क्रय मूल्य = ₹ 100, तब विक्रय मूल्य = ₹ 108

$\therefore$ जब क्रय मूल्य = ₹ 1, तब विक्रय मूल्य = $\frac{108}{100}$

$\therefore$ जब क्रय मूल्य = ₹ 8000, तब विक्रय मूल्य = $\frac{108}{100} \times 8000$ = ₹ 8,640

अतः, दोनों का कुल विक्रय मूल्य = ₹ 7,680 + ₹ 8,640 = ₹ 16,320

क्योंकि विक्रय मूल्य > क्रय मूल्य,

इसलिए, लाभ = S.P. – C.P. = 16320 – 16000 = ₹ 320

और लाभ % = $\frac{\text{लाभ}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100 = \frac{320}{16000} \times 100 = 2\%$

प्रश्न 6:

सेल के दौरान एक दुकान सभी वस्तुओं के अंकित मूल्य पर 10% बट्टा देती है। ₹ 1450 अंकित मूल्य वाला एक जीन्स और दो कमीजें, जिनमें से प्रत्येक का अंकित मूल्य ₹ 850 है, को खरीदने के लिए किसी ग्राहक को कितना भुगतान करना पड़ेगा?

उत्तर 6:

सभी वस्तुओं के अंकित मूल्य पर बट्टा = 10%

जीन्स का अंकित मूल्य = ₹ 1450 और प्रत्येक कमीज का अंकित मूल्य = ₹ 850

जीन्स पर बट्टा = $\frac{\text{बट्टा} \times \text{अंकित मूल्य}}{100} = \frac{10 \times 1450}{100}$ = ₹ 145

∴ जीन्स का विक्रय मूल्य = ₹ 1450 – ₹ 145 = ₹ 1305

दो कमीज का अंकित मूल्य = 2 x 850 = ₹ 1700

दो कमीज पर बट्टा = $\frac{\text{बट्टा} \times \text{अंकित मूल्य}}{100} = \frac{10 \times 1700}{100}$ = ₹ 170

∴ दो कमीज का विक्रय मूल्य = ₹ 1700 – ₹ 170 = ₹ 1530

अतः, ग्राहक को 1305 + 1530 = ₹ 2,835 का भुगतान करना पड़ेगा।

प्रश्न 7:

एक दूधवाले ने अपनी दो भैंसों को ₹ 20,000 प्रति भैंस की दर से बेचा। एक भैंस पर उसे 5% लाभ हुआ और दूसरी पर उसे 10% हानि हुई। इस सौदे में उसका कुल लाभ अथवा हानि ज्ञात कीजिए। (संकेत: पहले प्रत्येक का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए)

उत्तर 7:

एक भैंस का विक्रय मूल्य = ₹ 20,000

दो भैंसों का विक्रय मूल्य = ₹ 20,000 x 2 = ₹ 40,000

पहली भैंस पर लाभ = 5%

माना, क्रय मूल्य = ₹ 100, तब विक्रय मूल्य = 100 + 5 = ₹105

∵ जब विक्रय मूल्य = ₹ 105, तब क्रय मूल्य = ₹ 100

∴ जब विक्रय मूल्य = ₹ 1, तब क्रय मूल्य = $\frac{100}{105}$

∴ जब विक्रय मूल्य = ₹ 20,000, तब क्रय मूल्य = $\frac{100}{105} \times 20000$ = ₹ 19,047.62

दूसरी भैंस पर हानि = 10%

माना क्रय मूल्य = ₹ 100, तब विक्रय मूल्य = 100 – 10 = ₹ 90

∵ जब विक्रय मूल्य = ₹ 90, तब क्रय मूल्य = ₹ 100

∴ जब विक्रय मूल्य = ₹ 1, तब क्रय मूल्य = $\frac{100}{90}$

∴ जब विक्रय मूल्य = ₹ 20,000, तब क्रय मूल्य = $\frac{100}{90} \times 20000$ = ₹ 22,222.22

अतः, दो भैंसों का क्रय मूल्य = ₹ 19,047.62 + ₹ 22,222.22 = ₹ 41,269.84

क्योंकि, क्रय मूल्य > विक्रय मूल्य, इसलिए, इस सौदे में उसको हानि होगी।

हानि = क्रय मूल्य – विक्रय मूल्य = ₹ 41,269.84 – ₹ 40,000.00 = ₹ 1,269.84

प्रश्न 8:

एक टेलीविज़न का मूल्य ₹ 13,000 है। इस पर 12% की दर से बिक्री कर वलूला जाता है। यदि विनोद इस टेलीविज़न को खरीदता है तो उसके द्वारा भुगतान की जाने वाली राशि ज्ञात कीजिए।

उत्तर 8:

क्रय मूल्य = ₹ 13,000 और बिक्री कर की दर = 12%

माना, क्रय मूल्य = ₹ 100, तब विक्रय मूल्य = 100 + 12 = ₹ 112

∵ जब क्रय मूल्य = ₹ 100, तब विक्रय मूल्य = ₹ 112

∴ जब क्रय मूल्य = ₹ 1, तब विक्रय मूल्य = $\frac{112}{100}$

∴ जब क्रय मूल्य = ₹ 13,000, तब विक्रय मूल्य = $\frac{112}{100} \times 13000$ = ₹ 14,560

अतः, उसके द्वारा भुगतान की जाने वाली राशि ₹ 14,560 है।

प्रश्न 9:

अरुण एक जोड़ी स्केट्स (पहिएदार जूते) किसी सेल से खरीदकर लाया जिस पर दिए गए बट्टे की दर 20% थी। यदि उसके द्वारा भुगतान की गई राशि ₹1,600 है तो अंकित मूल्य ज्ञात कीजिए।

उत्तर 9:

विक्रय मूल्य = ₹1,600 और बट्टे की दर = 20%

माना, अंकित मूल्य = ₹ 100, तब विक्रय मूल्य = 100 – 20 = ₹ 80

$\because$ जब विक्रय मूल्य = ₹ 80, तब अंकित मूल्य = ₹ 100

$\therefore$ जब विक्रय मूल्य = ₹1, तब अंकित मूल्य = $\frac{100}{80}$

$\therefore$ जब विक्रय मूल्य = ₹1600, तब अंकित मूल्य = $\frac{100}{80} \times 1600$ = ₹ 2,000

अतः, एक जोड़ी स्केट्स का अंकित मूल्य ₹ 2,000 है।

प्रश्न 10:

मैंने एक हेयर ड्रायर 8% वैट सहित ₹ 5,400 में ख़रीदा। वैट को जोड़ने से पहले का उसका मूल्य ज्ञात कीजिए।

उत्तर 10:

क्रय मूल्य = ₹ 5,400 और वैट की दर = 8%

माना, वैट से पहले का मूल्य = ₹100, तब वैट सहित मूल्य = 100 + 8 = ₹ 108

$\because$ जब वैट सहित मूल्य = ₹ 108, तब वैट से पहले का मूल्य = ₹ 100

$\therefore$ जब वैट सहित मूल्य = ₹ 1, तब वैट से पहले का मूल्य = $\frac{100}{108}$

$\therefore$ जब वैट सहित मूल्य = ₹ 5400, तब वैट से पहले का मूल्य = $\frac{100}{108} \times 5400$ = ₹ 5000

अतः, वैट को जोड़ने से पहले का उसका मूल्य था।

गणित

(अध्याय – 8) (राशियों की तुलना)

(कक्षा – 8)

प्रश्नावली 8.3

प्रश्न 1:

निम्नलिखित के लिए कुल राशि एवं चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए:

(a) ₹ 10,800 पर 3 वर्ष के लिए $12\frac{1}{2}\%$ वार्षिक दर से वार्षिक रूप से संयोजित करने पर।

(b) ₹ 18,000 पर $2\frac{1}{2}$ वर्ष के लिए 10% वार्षिक दर से वार्षिक रूप से संयोजित करने पर।

(c) ₹ 62,500 पर $1\frac{1}{2}$ वर्ष के लिए 8% वार्षिक दर से अर्धवार्षिक रूप से संयोजित करने पर।

(d) ₹ 8,000 पर 1 वर्ष के लिए 9% वार्षिक दर से अर्धवार्षिक रूप से संयोजित करने पर। (आप सत्यापन करने के लिए साधारण ब्याज के सूत्र का उपयोग करते हुए एक के बाद दूसरे वर्ष के लिए परिकलन कर सकते हैं)

(e) ₹ 10,000 पर 1 वर्ष के लिए 8% वार्षिक दर से अर्धवार्षिक रूप से संयोजित करने पर।

उत्तर 1:

(a) यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 10800, समय $(n) = 3$ वर्ष, ब्याज की दर (R) = $12\frac{1}{2}\% = \frac{25}{2}\%$ वार्षिक

कुल राशि (A) = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 10800\left(1+\frac{25}{2\times100}\right)^3 = 10800\left(1+\frac{1}{2\times4}\right)^3$

$= 10800\left(1+\frac{1}{8}\right)^3 = 10800\left(\frac{9}{8}\right)^3 = 10800\times\frac{9}{8}\times\frac{9}{8}\times\frac{9}{8}$

= ₹ 15,377.34

चक्रवृद्धि ब्याज (C.I.) = A – P = ₹ 10800 – ₹15377.34 = ₹4,577.34

(b) यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 18,000, समय $(n) = 2\frac{1}{2}$ वर्ष, ब्याज की दर (R) = 10% वार्षिक

कुल राशि (A) = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 18000\left(1+\frac{10}{100}\right)^2$

$= 18000\left(1+\frac{1}{10}\right)^2 = 18000\left(\frac{11}{10}\right)^2$

$= 18000\times\frac{11}{10}\times\frac{11}{10}$ = ₹ 21,780

₹ 21,780 पर 10% वार्षिक दर से $\frac{1}{2}$ वर्ष का ब्याज = $\frac{1}{2}\times\frac{21780\times10\times1}{100}$ = ₹ 1,089

$2\frac{1}{2}$ वर्ष बाद कुल धन = ₹ 21,780 + ₹ 1089 = ₹ 22,869

चक्रवृद्धि ब्याज (C.I.) = A – P = ₹ 22869 – ₹ 18000 = ₹ 4,869

(c) यहाँ,

मूलधन (P) = ₹ 62500, समय $(n) = 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ वर्ष = 3 अर्ध-वर्ष (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

ब्याज की दर (R) = 8% वार्षिक = 4% अर्धवार्षिक (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

कुल राशि (A) = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 62500\left(1+\frac{4}{100}\right)^2 = 62500\left(1+\frac{1}{25}\right)^3$

$= 62500\left(\frac{26}{25}\right)^3 = 62500\times\frac{26}{25}\times\frac{26}{25}\times\frac{26}{25}$ = ₹ 70,304

चक्रवृद्धि ब्याज (C.I.) = A – P = ₹ 70304 – ₹ 62500 = ₹ 7,804

(d) यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 8000, समय (n) = 1 वर्ष = 2 अर्ध-वर्ष (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

ब्याज की दर (R) = 9% वार्षिक = $\frac{9}{2}$% अर्धवार्षिक (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

कुल राशि (A) = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 8000\left(1+\frac{9}{2\times100}\right)^2 = 8000\left(1+\frac{9}{200}\right)^2$

$= 8000\left(\frac{209}{200}\right)^2 = 8000\times\frac{209}{200}\times\frac{209}{200}$ = ₹ 8,736.20

चक्रवृद्धि ब्याज (C.I.) = A – P = ₹ 8736.20 – ₹ 8000 = ₹ 736.20

(e) यहाँ,

मूलधन (P) = ₹ 10,000, समय (n) = 1 वर्ष = 2 अर्ध-वर्ष (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

ब्याज की दर (R) = 8% वार्षिक = 4% अर्धवार्षिक (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

कुल राशि (A) = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 10000\left(1+\frac{4}{100}\right)^2 = 10000\left(1+\frac{1}{25}\right)^2$

$= 10000\left(\frac{26}{25}\right)^2 = 10000\times\frac{26}{25}\times\frac{26}{25}$ = ₹ 10,816

चक्रवृद्धि ब्याज (C.I.) = A – P = ₹ 10,816 – ₹ 10,000 = ₹ 816

प्रश्न 2:

कमला ने एक स्कूटर खरीदने के लिए किसी बैंक से ₹ 26,400, 15% वार्षिक दर से उधार लिए जबकि ब्याज वार्षिक संयोजित होना है। 2 वर्ष और 4 महीने के अंत में उधार चकता करने के लिए उसे कितनी राशि का भुगतान करना पड़ेगा? (**संकेत**: ब्याज को वार्षिक संयोजित करते हुए पहले 2 वर्ष के लिए A ज्ञात कीजिए और दूसरे वर्ष की कुल राशि पर $\frac{4}{12}$ वर्ष का साधारण ब्याज ज्ञात कीजिए।)

उत्तर 2:

यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 26,400, समय (n) = 2 वर्ष 4 महीने, ब्याज की दर (R) = 15% वार्षिक

2 वर्ष के बाद कुल राशि (A) = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 26400\left(1+\frac{15}{100}\right)^2 = 26400\left(1+\frac{3}{20}\right)^2$

$= 26400\left(\frac{23}{20}\right)^2 = 26400\times\frac{23}{20}\times\frac{23}{20}$ = ₹ 34,914

4 महीने = $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$ वर्ष, और ब्याज की दर = 15% वार्षिक

4 महीने का साधारण ब्याज = $\frac{1}{3}\times\frac{34914\times15\times1}{100}$ = ₹ 1745.70

∴ कुल राशि = ₹ 34,914 + ₹ 1,745.70 = ₹ 36,659.70

प्रश्न 3:

फैबिना ने ₹ 12,500, 3 वर्ष के लिए 12% वार्षिक दर से साधारण ब्याज पर उधार लिए और राधा ने उतनी ही राशि उतने ही समय के लिए 10% वार्षिक दर से चक्रवृद्धि ब्याज पर उधार ली जबकि ब्याज वार्षिक रूप से संयोजित होना है। किसे अधिक ब्याज का भुगतान करना है और कितना अधिक करना है?

उत्तर 3:

यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 12,500, समय (T) = 3 वर्ष, ब्याज की दर (R) = 12% वार्षिक

फैबिना के लिए साधारण ब्याज = $\frac{P\times R\times T}{100} = \frac{12500\times 12\times 3}{100}$ = ₹ 4,500

राधा के लिए, P = ₹ 12,500, R = 10% वार्षिक और n = 3 वर्ष

कुल राशि (A) $= P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 12500\left(1+\frac{10}{100}\right)^3 = 12500\left(1+\frac{1}{10}\right)^3$

$= 12500\left(\frac{11}{10}\right)^3 = 12500\times\frac{11}{10}\times\frac{11}{10}\times\frac{11}{10}$ = ₹ 16,637.50

∴ राधा के लिए चक्रवृद्धि ब्याज = A – P = ₹ 16,637.50 – ₹ 12,500 = ₹ 4,137.50

अतः, फैबिना द्वारा अधिक ब्याज का भुगतान = ₹ 4,500 – ₹ 4,137.50 = ₹ 362.50

प्रश्न 4:

मैंने जमशेद से ₹12,000, 2 वर्ष के लिए 6% वार्षिक दर से साधारण ब्याज पर उधार लिए। यदि मैंने यह राशि 6% वार्षिक दर से चक्रवृद्धि ब्याज पर उधार ली हुई होती तो मुझे कितनी अतिरिक्त राशि का भुगतान करना पड़ता?

उत्तर 4:

यहाँ, मूलधन (P) = ₹12,000, समय (T) = 2 वर्ष, ब्याज की दर (R) = 6% वार्षिक

साधारण ब्याज = $\frac{P\times R\times T}{100} = \frac{12000\times 6\times 2}{100}$ = ₹ 1,440

यदि यह राशि 6% वार्षिक दर से चक्रवृद्धि ब्याज पर उधार ली हुई होती तो,

चक्रवृद्धि ब्याज $= P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n - P = 12000\left(1+\frac{6}{100}\right)^2 - 12000$

$= 12000\left(1+\frac{3}{50}\right)^2 - 12000 = 12000\left(\frac{53}{50}\right)^2 - 12000$

$= 12000\times\frac{53}{50}\times\frac{53}{50} - 12000$ = ₹ 13,483.20 – ₹ 12,000

= ₹ 1,483.20

अतिरिक्त राशि का भुगतान = ₹ 1,483.20 – ₹ 1,440.00 = ₹ 43.20

प्रश्न 5:

वासुदेवन ने 12% वार्षिक दर पर ₹ 60,000 का निवेश किया। यदि ब्याज अर्धवार्षिक संयोजित होता है तो ज्ञात कीजिए कि वह (i) 6 महीने के अंत में (ii) एक वर्ष के अंत में, कुल कितनी राशि प्राप्त करेगा?

उत्तर 5:

यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 60,000,

समय (n) = 6 महीने = 1 अर्ध-वर्ष (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

ब्याज की दर (R) = 12% वार्षिक = 6% अर्धवार्षिक (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

$$\text{कुल राशि (A)} = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 60000\left(1+\frac{6}{100}\right)^1 = 60000\left(1+\frac{3}{50}\right)^1$$

$$= 60000\left(\frac{53}{50}\right)^1 = 60000\times\frac{53}{50} = ₹\ 63,600$$

अतः, 6 महीने के अंत में, वासुदेवन कुल ₹ 63,600 प्राप्त करेगा।

(ii) यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 60,000,

समय (n) = 1 वर्ष = 2 अर्ध-वर्ष (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

ब्याज की दर (R) = 12% वार्षिक = 6% अर्धवार्षिक (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

$$\text{कुल राशि (A)} = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 60000\left(1+\frac{6}{100}\right)^2 = 60000\left(1+\frac{3}{50}\right)^2$$

$$= 60000\left(\frac{53}{50}\right)^2 = 60000\times\frac{53}{50}\times\frac{53}{50} = ₹\ 67,416$$

अतः, एक वर्ष के अंत में, वासुदेवन कुल ₹ 67,416 प्राप्त करेगा।

प्रश्न 6:

आरिफ ने एक बैंक से ₹ 80,000 का कर्ज लिया। यदि ब्याज की दर 10% वार्षिक है तो $1\frac{1}{2}$ वर्ष पश्चात् उसके द्वारा भुगतान की जाने वाली राशियों में अंतर ज्ञात कीजिए। यदि ब्याज (i) वार्षिक संयोजित होता है (ii) अर्धवार्षिक संयोजित होता है।

उत्तर 6:

(i) यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 80,000, समय $(n) = 1\frac{1}{2}$ वर्ष, ब्याज की दर (R) = 10% वार्षिक

$$\text{एक वर्ष के अंत में कुल राशि (A)} = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 80000\left(1+\frac{10}{100}\right)^1$$

$$= 80000\left(1+\frac{1}{10}\right)^1 = 80000\left(\frac{11}{10}\right)^1 = ₹\ 88,000$$

$$\frac{1}{2}\text{ वर्ष का ब्याज} = \frac{88000\times10\times1}{100\times2} = ₹\ 4,400$$

कुल राशि = ₹ 88,000 + ₹ 4,400 = ₹ 92,400

(ii) यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 80,000,

समय $(n) = 1\frac{1}{2}$ वर्ष = 3 अर्ध-वर्ष (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

ब्याज की दर (R) = 10% वार्षिक = 5% अर्धवार्षिक (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

$$\text{कुल राशि (A)} = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 80000\left(1+\frac{5}{100}\right)^3 = 80000\left(1+\frac{1}{20}\right)^3$$

$$= 80000\left(\frac{21}{20}\right)^3 = 80000\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20} = ₹\ 92,610$$

राशियों में अंतर = ₹ 92,610 – ₹ 92,400 = ₹ 210

प्रश्न 7:

मारिया ने किसी व्यापार में ₹ 8000 का निवेश किया। उसे 5% वार्षिक दर से चक्रवृद्धि ब्याज का भुगतान किया जाएगा। यदि ब्याज वार्षिक रूप से संयोजित होता है तो: (i) दो वर्ष के अंत में उसके नाम से जमा की गई राशि ज्ञात कीजिए। (ii) तीसरे वर्ष का ब्याज ज्ञात कीजिए।

उत्तर 7:

(i) यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 8000, ब्याज की दर (R) = 5% वार्षिक, समय (n) = 2 वर्ष

कुल राशि (A) $= P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 8000\left(1+\frac{5}{100}\right)^2 = 8000\left(1+\frac{1}{20}\right)^2$

$= 8000\left(\frac{21}{20}\right)^2 = 8000\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20}$ = ₹ 8,820

(ii) यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 8000, ब्याज की दर (R) = 5% वार्षिक, समय (n) = 3 वर्ष

कुल राशि (A) $= P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 8000\left(1+\frac{5}{100}\right)^3 = 8000\left(1+\frac{1}{20}\right)^3$

$= 8000\left(\frac{21}{20}\right)^3 = 8000\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20}$ = ₹ 9,261

तीसरे वर्ष का ब्याज = A – P = ₹ 9,261 – ₹ 8,820 = ₹ 441

प्रश्न 8:

₹10,000 पर $1\frac{1}{2}$ वर्ष के लिए 10% वार्षिक दर से चक्रवृद्धि ब्याज और कुल राशि ज्ञात कीजिए जबकि ब्याज अर्धवार्षिक संयोजित होना है। क्या यह ब्याज उस ब्याज से अधिक होगा जो उसे वार्षिक रूप से संयोजित करने पर प्राप्त होगा?

उत्तर 8:

यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 10000,

ब्याज की दर (R) = 10% वार्षिक = 5% अर्धवार्षिक (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

समय (n) = $1\frac{1}{2}$ वर्ष = 3 अर्ध-वर्ष (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

कुल राशि (A) $= P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 10000\left(1+\frac{5}{100}\right)^3 = 10000\left(1+\frac{1}{20}\right)^3$

$= 10000\left(\frac{21}{20}\right)^3 = 10000\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20}$ = ₹ 11,576.25

चक्रवृद्धि ब्याज (C.I.) = A – P = ₹ 11,576.25 – ₹ 10,000 = ₹ 1,576.25

जब वार्षिक संयोजित होता है, तब

यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 10000, ब्याज की दर (R) = 10% वार्षिक, समय (n) = $1\frac{1}{2}$ वर्ष

कुल राशि (A) for 1 वर्ष $= P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 10000\left(1+\frac{10}{100}\right)^1 = 10000\left(1+\frac{1}{10}\right)^1$

$= 10000\left(\frac{11}{10}\right)^1 = 10000\times\frac{11}{10}$ = ₹ 11,000

$\frac{1}{2}$ वर्ष का ब्याज = $\frac{11000 \times 1 \times 10}{2 \times 100}$ = ₹ 550

$\therefore 1\frac{1}{2}$ वर्ष में कुल राशि = ₹ 11,000 + ₹ 550 = ₹ 11,550

यहाँ, चक्रवृद्धि ब्याज = A – P = ₹ 11,550 – ₹ 10,000 = ₹ 1,550

हाँ, यह ब्याज उस ब्याज से अधिक होगा जो उसे वार्षिक रूप से संयोजित करने पर प्राप्त होगा ।

प्रश्न 9:

यदि राम ₹ 4096, 18 महीने के लिए $12\frac{1}{2}\%$ वार्षिक दर पर उधार देता है और ब्याज अर्धवार्षिक संयोजित होता है तो ज्ञात कीजिए कि राम कुल कितनी राशि प्राप्त करेगा।

उत्तर 9:

यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 4096,

ब्याज की दर (R) = $12\frac{1}{2} = \frac{25}{2}\%$ वार्षिक = $\frac{25}{4}\%$ अर्धवार्षिक (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

समय (n) = 18 महीने = $1\frac{1}{2}$ वर्ष = 3 अर्ध-वर्ष (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

कुल राशि (A) $= P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 4096\left(1+\frac{25}{4\times100}\right)^3 = 4096\left(1+\frac{1}{4\times4}\right)^3$

$= 4096\left(\frac{17}{16}\right)^3 = 4096\times\frac{17}{16}\times\frac{17}{16}\times\frac{17}{16}$ = ₹ 4,913

प्रश्न 10:

5% वार्षिक दर से बढ़ते हुए वर्ष 2003 के अंत में एक स्थान की जनसंख्या 54,000 हो है। निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए:

(i) वर्ष 2001 में जनसंख्या

(ii) वर्ष 2005 में कितनी जनसंख्या होगी?

उत्तर 10:

(i) यहाँ, वर्ष 2003 में जनसंख्या (A_{2003}) = 54,000, R = 5% वार्षिक, समय (n) = 2 वर्ष
वर्ष 2001 की जनसंख्या दो वर्ष बाद बढ़कर वर्ष 2003 की जनसंख्या होगी क्योंकि जनसँख्या सदैव बढ़ती रहती है।

$\therefore \quad A_{2003} = P_{2001}\left(1+\frac{R}{100}\right)^n \Rightarrow 54000 = P_{2001}\left(1+\frac{5}{100}\right)^2$

$\Rightarrow \quad 54000 = P_{2001}\left(1+\frac{1}{20}\right)^2 \Rightarrow 54000 = P_{2001}\left(\frac{21}{20}\right)^2$

$\Rightarrow \quad 54000 = P_{2001}\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20} \Rightarrow P_{2001} = \frac{54000\times20\times20}{21\times21}$

$\Rightarrow \quad P_{2001}$ = 48,980 (लगभग)

(ii) क्योंकि जनसँख्या सदैव बढ़ती रहती है। इसलिए, प्रश्नानुसार, वर्ष 2005 में जनसंख्या (A_{2005})

$A_{2005} = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 54000\left(1+\frac{5}{100}\right)^2 = 54000\left(1+\frac{1}{20}\right)^2$

$$= 54000\left(\frac{21}{20}\right)^2 = 54000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} = 59{,}535$$

अतः, वर्ष 2005 में कुल जनसंख्या 59,535 होगी।

प्रश्न 11:

एक प्रयोगशाला में, किसी निश्चित प्रयोग में बैक्टीरिया की संख्या 2.5% प्रति घंटे की दर से बढ़ रही है। यदि प्रयोग के शुरू में बैक्टीरिया की संख्या 5,06,000 थी तो 2 घंटे के अंत में बैक्टीरिया की संख्या ज्ञात कीजिए।

उत्तर 11:

यहाँ, शुरू में बैक्टीरिया की संख्या (P) = 5,06,000, दर (R) = 2.5% वार्षिक, समय (n) = 2 वर्ष

2 घंटे के अंत में,

बैक्टीरिया की कुल संख्या (A) = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

$$= 506000\left(1+\frac{2.5}{100}\right)^2$$

$$= 506000\left(1+\frac{25}{1000}\right)^2$$

$$= 506000\left(1+\frac{1}{40}\right)^2$$

$$= 506000\left(\frac{41}{40}\right)^2$$

$$= 506000 \times \frac{41}{40} \times \frac{41}{40} = 531616.25$$

अतः, 2 घंटे के अंत में, बैक्टीरिया की कुल संख्या 531616 (लगभग) हो जाएगी।

प्रश्न 12:

एक स्कूटर ₹ 42,000 में ख़रीदा गया। 8% वार्षिक दर से इसके मूल्य का अवमूल्यन हो गया। 1 वर्ष के बाद स्कूटर का मूल्य ज्ञात कीजिए।

उत्तर 12:

यहाँ, स्कूटर का वर्तमान मूल्य (P) = ₹ 42,000,

अवमूल्यन की दर (R) = 8% वार्षिक, समय (n) = 1 वर्ष

1 वर्ष के बाद स्कूटर का कुल मूल्य (A) = $P\left(1-\frac{R}{100}\right)^n$

$$= 42000\left(1-\frac{8}{100}\right)^1$$

$$= 42000\left(1+\frac{2}{25}\right)^1$$

$$= 42000\left(\frac{27}{25}\right)^1 = 42000 \times \frac{27}{25} = ₹\ 38{,}640$$

अतः, 1 वर्ष के बाद स्कूटर का कुल मूल्य ₹ 38,640 रह जाएगा।