गणित

(अध्याय – 7) (घन और घनमूल)

(कक्षा – 8)

प्रश्नावली 7.1

प्रश्न 1:

निम्नलिखित में से कौन-सी संख्याएँ पूर्ण घन नहीं हैं? तीन-तीन के समूहों में नहीं आ रहें हैं।

(i) 216 (ii) 128

(iii) 1000 (iv) 100

(v) 46656

उत्तर 1:

(i) दी गई संख्या = 216

216 के अभाज्य गुणनखंड = 2 x 2 x 2 x 3 x 3 x 3

यहाँ, गुणनखंड में संख्याएँ तीन-तीन के समूहों में आ रहीं हैं।

अतः, 216 पूर्ण घन है।

2	**216**
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

(ii) दी गई संख्या = 128

128 के अभाज्य गुणनखंड = 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2

यहाँ, गुणनखंड में संख्या 2 तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

अतः, 128 पूर्ण घन नहीं है।

2	**128**
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

(iii) दी गई संख्या = 1000

1000 के अभाज्य गुणनखंड = 2 x 2 x 2 x 3 x 3 x 3

यहाँ, गुणनखंड में संख्याएँ तीन-तीन के समूहों में आ रहीं हैं।

अतः, 1000 पूर्ण घन है।

2	**1000**
2	500
2	250
5	125
5	25
5	5
	1

(iv) दी गई संख्या = 100

100 के अभाज्य गुणनखंड = 2 x 2 x 5 x 5

यहाँ, गुणनखंड में संख्या 2 और 5 तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

अतः, 100 पूर्ण घन नहीं है।

2	**100**
2	50
5	25
5	5
	1

(v) दी गई संख्या = 46656

46656 के अभाज्य गुणनखंड

= 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3

यहाँ, गुणनखंड में संख्याएँ तीन-तीन के समूहों में आ रहीं हैं।

अतः, 46656 पूर्ण घन है।

2	**46656**
2	23328
2	11664
2	5832
2	2916
2	1458
3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

प्रश्न 2:

वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे निम्नलिखित संख्याओं को गुणा करने पर पूर्ण घन प्राप्त हो जाए:

(i) 243 (ii) 256

(iii) 72 (iv) 675

(v) 100

उत्तर 2:

(i) दी गई संख्या = 243

243 के अभाज्य गुणनखंड = 3 x 3 x 3 x 3 x 3

यहाँ, गुणनखंड में संख्या 3 तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

अतः, 243 को 3 से गुणा करने पर पूर्ण घन प्राप्त हो जाएगा।

3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

(ii) दी गई संख्या = 256

256 के अभाज्य गुणनखंड = 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2

यहाँ, गुणनखंड में संख्या 2 तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

अतः, 256 को 2 से गुणा करने पर पूर्ण घन प्राप्त हो जाएगा।

2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

(iii) दी गई संख्या = 72

72 के अभाज्य गुणनखंड = 2 x 2 x 2 x 3 x 3

यहाँ, गुणनखंड में संख्या 3 तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

अतः, 72 को 3 से गुणा करने पर पूर्ण घन प्राप्त हो जाएगा।

2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

(iv) दी गई संख्या = 675

675 के अभाज्य गुणनखंड = 3 x 3 x 3 x 5 x 5

यहाँ, गुणनखंड में संख्या 5 तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

अतः, 675 को 3 से गुणा करने पर पूर्ण घन प्राप्त हो जाएगा।

3	675
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

(v) दी गई संख्या = 100

100 के अभाज्य गुणनखंड = 2 x 2 x 5 x 5

यहाँ, गुणनखंड में संख्या 2 और 5 तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

अतः, 100 को 2 x 5 = 10 से गुणा करने पर पूर्ण घन प्राप्त हो जाएगा।

2	100
2	50
5	25
5	5
	1

प्रश्न 3:

वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे निम्नलिखित संख्याओं को भाग देने पर भागफल एक पूर्ण घन प्राप्त हो जाए:

(i) 81 (ii) 128

(iii) 135 (iv) 192

(v) 704

उत्तर 3:

(i) दी गई संख्या = 81

81 के अभाज्य गुणनखंड = 3 x 3 x 3 x 3

यहाँ, गुणनखंड में संख्या 3 तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

अतः, 81 को 3 से भाग देने पर पूर्ण घन प्राप्त हो जाएगा।

3	81
3	27
3	9
3	3
	1

(ii) दी गई संख्या = 128

128 के अभाज्य गुणनखंड = 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2

यहाँ, गुणनखंड में संख्या 2 तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

अतः, 128 को 2 से भाग देने पर पूर्ण घन प्राप्त हो जाएगा।

2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

(iii) दी गई संख्या = 135

135 के अभाज्य गुणनखंड = 3 x 3 x 3 x 5

यहाँ, गुणनखंड में संख्या 5 तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

अतः, 135 को 5 से भाग देने पर पूर्ण घन प्राप्त हो जाएगा।

3	135
3	45
3	15
5	5
	1

(iv) दी गई संख्या = 192

192 के अभाज्य गुणनखंड = 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 3

यहाँ, गुणनखंड में संख्या 3 तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

अतः, 192 को 3 से भाग देने पर पूर्ण घन प्राप्त हो जाएगा।

2	192
2	96
2	48
2	24
2	12
2	6
3	3
	1

(v) दी गई संख्या = 704

704 के अभाज्य गुणनखंड = 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 11

यहाँ, गुणनखंड में संख्या 11 तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

अतः, 704 को 11 से भाग देने पर पूर्ण घन प्राप्त हो जाएगा।

2	704
2	352
2	176
2	88
2	44
2	22
2	11
	1

प्रश्न 4:

परीक्षित प्लास्टिसिन का एक घनाभ बनाता है, जिसकी भुजाएँ 5 cm, 2 cm और 5 cm हैं। एक घन बनाने के लिए ऐसे कितने घनाभों की आवश्यकता होगी?

उत्तर 4:

एक घनाभ का आयतन = 5 x 2 x 5

यहाँ, गुणनखंड में संख्या 2 और 5 तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

इसलिए, आयतन 5 x 2 x 5 को 2 x 2 x 5 = 20 से गुणा करने पर पूर्ण घन प्राप्त हो जाएगा।

अतः, उसे 20 घनाभों की आवश्यकता होगी।

गणित

(अध्याय – 7) (घन और घनमूल)

(कक्षा – 8)

प्रश्नावली 7.2

प्रश्न 1:

अभाज्य गुणनखंड विधि द्वारा निम्नलिखित में से प्रत्येक संख्या का घनमूल ज्ञात कीजिए:

(i) 64 (ii) 512

(iii) 10648 (iv) 27000

(v) 15625 (vi) 13824

(vii) 110592 (viii) 46656

(ix) 175616 (x) 91125

उत्तर 1:

(i) 64

$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2\times2\times2\times2\times2\times2}$

$\sqrt[3]{64}$ = 2 x 2

= 4

2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

(ii) 512

$\sqrt[3]{512} = \sqrt[3]{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2}$

= 2 x 2 x 2

= 8

2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

(iii) 10648

$\sqrt[3]{10648} = \sqrt[3]{2\times2\times2\times11\times11\times11}$

= 2 x 11

= 22

2	10648
2	5324
2	2662
11	1331
11	121
11	11
	1

(iv) 27000

$\sqrt[3]{27000} = \sqrt[3]{2\times2\times2\times3\times3\times3\times5\times5\times5}$

= 2 x 3 x 5

= 30

2	27000
2	13500
2	6750
3	3375
3	1125
3	375
5	125
5	25
5	5
	1

(v) 15625

$\sqrt[3]{15625} = \sqrt[3]{5\times5\times5\times5\times5\times5}$

= 5 x 5

= 25

5	15625
5	3125
5	625
5	125
5	25
5	5
	1

(vi) 13824

$\sqrt[3]{13824} = \sqrt[3]{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times3\times3\times3}$

= 2 x 2 x 2 x 3

= 24

2	13824
2	6912
2	3456
2	1728
2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

(vii) 110592

$\sqrt[3]{110592} = \sqrt[3]{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times3\times3\times3}$

= 2 x 2 x 2 x 2 x 3

= 48

2	110592
2	55296
2	27648
2	13824
2	6912
2	3456
2	1728
2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

(viii) 46656

$\sqrt[3]{46656} = \sqrt[3]{2\times2\times2\times2\times2\times2\times3\times3\times3\times3\times3\times3}$

= 2 x 2 x 3 x 3

= 36

2	46656
2	23328
2	11664
2	5832
2	2916
2	1458
3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

(ix) 175616

$\sqrt[3]{175616} = \sqrt[3]{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times7\times7\times7}$

= 2 x 2 x 2 x 7

= 56

2	175616
2	87808
2	43904
2	21952
2	10976
2	5488
2	2744
2	1372
2	686
7	343
7	49
7	7
	1

(x) 91125

$\sqrt[3]{91125} = \sqrt[3]{3\times3\times3\times3\times3\times3\times5\times5\times5}$

= 3 x 3 x 5

= 45

3	91125
3	30375
3	10125
3	3375
3	1125
3	375
5	125
5	25
5	5
	1

प्रश्न 2:

बताइए सत्य है या असत्य:

(i) किसी भी विषम संख्या का घन सम होता है।

(ii) एक पूर्ण घन दो शून्यों पर समाप्त नहीं होता है।

(iii) यदि किसी संख्या का वर्ग 5 पर समाप्त होता है, तो उसका घन 25 पर समाप्त होता है।

(iv) ऐसा कोई पूर्ण घन नहीं है जो 8 पर समाप्त होता है।

(v) दो अंकों की संख्या का घन तीन अंकों वाली संख्या हो सकती है।

(vi) दो अंकों की संख्या के घन में सात या अधिक अंक हो सकते हैं।

(vii) एक अंक वाली संख्या का घन एक अंक वाली संख्या हो सकती है।

उत्तर 2:

(i) असत्य

क्योंकि, $1^3 = 1, 3^3 = 27, 5^3 = 125, \ldots\ldots$ घन विषम है।

(ii) सत्य

क्योंकि, $10^3 = 1000, 20^3 = 8000, 30^3 = 27000, \ldots\ldots$ 3 शून्यों पर समाप्त होते हैं।

(iii) असत्य

क्योंकि, $5^2 = 25, 5^3 = 125, 15^2 = 225, 15^3 = 3375$ [25 पर समाप्त नहीं होता है]

(iv) असत्य

क्योंकि $12^3 = 1728$ [8 पर समाप्त होता है]

और $22^3 = 10648$ [8 पर समाप्त होता है]

(v) असत्य

क्योंकि $10^3 = 1000$ [4 अंकों वाली संख्या]

और $11^3 = 1331$ [4 अंकों वाली संख्या]

(vi) असत्य

क्योंकि $99^3 = 970299$ [6 अंकों वाली संख्या]

(vii) सत्य

$1^3 = 1$ [एक अंक वाली संख्या]

$2^3 = 8$ [एक अंक वाली संख्या]

प्रश्न 3:

आपको यह बताया जाता है कि 1331 एक पूर्ण घन है। क्या बिना गुणनखंड किए आप यह अनुमान लगा सकते हैं कि इसका घनमूल क्या है? इसी प्रकार 4913, 12167 और 32768 के घनमूलों में अनुमान लगाइए।

उत्तर 3:

हम जानते हैं कि $10^3 = 1000$ और 10 के बाद की संख्या का घन, $11^3 = 1331$
क्योंकि, इकाई के अंक का घन $1^3 = 1$
अतः, 1331 का घनमूल 11 है।

दी गई संख्या = 4913
हम जानते हैं कि $7^3 = 343$
और 7 के बाद की संख्या का घन (जिसमे इकाई के स्थान पर 7 हो) $= 17^3 = 4913$
अतः, 4913 का घनमूल 17 है।

दी गई संख्या = 12167
हम जानते हैं कि $3^3 = 27$
अब, 3 के बाद की संख्या का घन (जिसमे इकाई के स्थान पर 3 हो) $= 13^3 = 2197$
और 13 के बाद की संख्या का घन (जिसमे इकाई के स्थान पर 3 हो) $= 23^3 = 12167$
अतः, 12167 का घनमूल 23 है।

दी गई संख्या = 32768
हम जानते हैं कि $2^3 = 8$
अब, 2 के बाद की संख्या का घन (जिसमे इकाई के स्थान पर 2 हो) $= 12^3 = 1728$
और 12 के बाद की संख्या का घन (जिसमे इकाई के स्थान पर 2 हो) $= 22^3 = 10648$
तथा 22 के बाद की संख्या का घन (जिसमे इकाई के स्थान पर 2 हो) $= 32^3 = 32768$
अतः, 32768 का घनमूल 32 है।