

गणित

(अध्याय - 6) (वर्ग और वर्गमूल)

(कक्षा - 8)

प्रश्नावली 6.1

प्रश्न 1:

निम्नलिखित संख्याओं के वर्गों के इकाई के अंक क्या होंगे?

- | | | | | |
|------------|-------------|--------------|------------|-----------|
| (i) 81 | (ii) 272 | (iii) 799 | (iv) 3853 | (v) 1234 |
| (vi) 26387 | (vii) 52698 | (viii) 99880 | (ix) 12796 | (x) 55555 |

उत्तर 1:

- (i) 81 में इकाई के स्थान पर 1 है और 1 का वर्ग = 1
अतः, 81 के वर्ग में इकाई का अंक 1 होगा।
- (ii) 272 में इकाई के स्थान पर 2 है और 2 का वर्ग = 4
अतः, 272 के वर्ग में इकाई का अंक 4 होगा।
- (iii) 799 में इकाई के स्थान पर 9 है और 9 का वर्ग = 81
अतः, 799 के वर्ग में इकाई का अंक 1 होगा।
- (iv) 3853 में इकाई के स्थान पर 3 है और 3 का वर्ग = 9
अतः, 3853 के वर्ग में इकाई का अंक 9 होगा।
- (v) 1234 में इकाई के स्थान पर 4 है और 4 का वर्ग = 16
अतः, 1234 के वर्ग में इकाई का अंक 6 होगा।
- (vi) 26387 में इकाई के स्थान पर 7 है और 7 का वर्ग = 49
अतः, 26387 के वर्ग में इकाई का अंक 9 होगा।
- (vii) 52698 में इकाई के स्थान पर 8 है और 8 का वर्ग = 64
अतः, 52698 के वर्ग में इकाई का अंक 4 होगा।
- (viii) 99880 में इकाई के स्थान पर 0 है और 0 का वर्ग = 0
अतः, 99880 के वर्ग में इकाई का अंक 0 होगा।
- (ix) 12796 में इकाई के स्थान पर 6 है और 6 का वर्ग = 36
अतः, 12796 के वर्ग में इकाई का अंक 6 होगा।
- (x) 55555 में इकाई के स्थान पर 5 है और 5 का वर्ग = 25
अतः, 55555 के वर्ग में इकाई का अंक 5 होगा।

प्रश्न 2:

निम्नलिखित संख्याएँ स्पष्ट रूप से पूर्ण वर्ग संख्याएँ नहीं हैं, इसका कारण कीजिए।

- | | | | |
|-----------|------------|--------------|---------------|
| (i) 1057 | (ii) 23453 | (iii) 7928 | (iv) 222222 |
| (v) 64000 | (vi) 89722 | (vii) 222000 | (viii) 505050 |

उत्तर 2:

- (i) हम जानते हैं कि स्पष्ट रूप से पूर्ण वर्ग संख्याओं के इकाई के अंक 0, 1, 4, 5, 6 और 9 होते हैं। यहाँ, 1057 का इकाई का अंक 7 है, अतः यह स्पष्ट रूप से पूर्ण वर्ग नहीं है।
- (ii) हम जानते हैं कि स्पष्ट रूप से पूर्ण वर्ग संख्याओं के इकाई के अंक 0, 1, 4, 5, 6 और 9 होते हैं। यहाँ, 23453 का इकाई का अंक 3 है, अतः यह स्पष्ट रूप से पूर्ण वर्ग नहीं है।
- (iii) हम जानते हैं कि स्पष्ट रूप से पूर्ण वर्ग संख्याओं के इकाई के अंक 0, 1, 4, 5, 6 और 9 होते हैं। यहाँ, 7928 का इकाई का अंक 8 है, अतः यह स्पष्ट रूप से पूर्ण वर्ग नहीं है।
- (iv) हम जानते हैं कि स्पष्ट रूप से पूर्ण वर्ग संख्याओं के इकाई के अंक 0, 1, 4, 5, 6 और 9 होते हैं। यहाँ, 222222 का इकाई का अंक 2 है, अतः यह स्पष्ट रूप से पूर्ण वर्ग नहीं है।
- (v) हम जानते हैं कि स्पष्ट रूप से पूर्ण वर्ग संख्याओं के इकाई के अंक 0, 1, 4, 5, 6 और 9 होते हैं। यहाँ, 64000 का इकाई का अंक 0 है और इकाई के स्थान पर शून्य सम संख्या में (दो, चार, छः या आठ) होने चाहिए, परन्तु यहाँ तीन शून्य है। अतः यह स्पष्ट रूप से पूर्ण वर्ग नहीं है।
- (vi) हम जानते हैं कि स्पष्ट रूप से पूर्ण वर्ग संख्याओं के इकाई के अंक 0, 1, 4, 5, 6 और 9 होते हैं। यहाँ, 89722 का इकाई का अंक 2 है, अतः यह स्पष्ट रूप से पूर्ण वर्ग नहीं है।

$$\begin{aligned}
1^2 + 2^2 + 2^2 &= 3^2 \\
2^2 + 3^2 + 6^2 &= 7^2 \\
3^2 + 4^2 + 12^2 &= 13^2 \\
4^2 + 5^2 + __^2 &= 21^2 \\
5^2 + __^2 + 30^2 &= 31^2 \\
6^2 + 7^2 + __^2 &= __^2
\end{aligned}$$

उत्तर 6:

$$\begin{aligned}
1^2 + 2^2 + 2^2 &= 3^2 \\
2^2 + 3^2 + 6^2 &= 7^2 \\
3^2 + 4^2 + 12^2 &= 13^2 \\
4^2 + 5^2 + 20^2 &= 21^2 \\
5^2 + 6^2 + 30^2 &= 31^2 \\
6^2 + 7^2 + 42^2 &= 43^2
\end{aligned}$$

प्रश्न 7:

योग संक्रिया किए बिना योगफल ज्ञात कीजिए:

- (i) $1 + 3 + 5 + 7 + 9$ (ii) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19$
 (iii) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23$

उत्तर 7:

- (i) यहाँ, 5 क्रमागत विषम संख्याओं योग दिया है इसलिए 5 का वर्ग = 25
 $\therefore 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 5^2 = 25$
 (ii) यहाँ, 10 क्रमागत विषम संख्याओं योग दिया है इसलिए 10 का वर्ग = 100
 $\therefore 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 = 10^2 = 100$
 (iii) यहाँ, 12 क्रमागत विषम संख्याओं योग दिया है इसलिए 12 का वर्ग = 144
 $\therefore 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 = 12^2 = 144$

प्रश्न 8:

- (i) 49 को 7 विषम संख्याओं के योग के रूप में लिखिए।
 (ii) 121 को 11 विषम संख्याओं के योग के रूप में लिखिए।

उत्तर 8:

- (i) 7 का वर्ग = 49, इसलिए 7 क्रमागत विषम संख्याओं योग 49 है।
 $49 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13$
 (ii) 11 का वर्ग = 121, इसलिए 11 क्रमागत विषम संख्याओं योग 121 है।
 $121 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21$

प्रश्न 9:

निम्नलिखित संख्याओं के वर्ग के बीच में कितनी संख्याएँ हैं?

- (i) 12 और 13 (ii) 25 और 26 (iii) 99 और 100

उत्तर 9:

- (i) हम जानते हैं कि n^2 और $(n+1)^2$ के बीच में संख्याएँ = $2n$.
 यहाँ, $n = 12$, इसलिए, 12 और 13 के बीच में संख्याएँ = $2n = 2 \times 12 = 24$
 (ii) हम जानते हैं कि n^2 और $(n+1)^2$ के बीच में संख्याएँ = $2n$.
 यहाँ, $n = 25$, इसलिए, 25 और 26 के बीच में संख्याएँ = $2n = 2 \times 25 = 50$
 (iii) हम जानते हैं कि n^2 और $(n+1)^2$ के बीच में संख्याएँ = $2n$.
 यहाँ, $n = 99$, इसलिए, 99 और 100 के बीच में संख्याएँ = $2n = 2 \times 99 = 198$

गणित

(अध्याय - 6) (वर्ग और वर्गमूल)

(कक्षा - 8)

प्रश्नावली 6.2

प्रश्न 1:

निम्न संख्याओं का वर्ग ज्ञात कीजिए।

(i) 32

(ii) 35

(iii) 86

(iv) 93

(v) 71

(vi) 46

उत्तर 1:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad (32)^2 &= (30+2)^2 = (30)^2 + 2 \times 30 \times 2 + (2)^2 \quad \left[\because (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \right] \\ &= 900 + 120 + 4 = 1024 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad (35)^2 &= (30+5)^2 = (30)^2 + 2 \times 30 \times 5 + (5)^2 \quad \left[\because (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \right] \\ &= 900 + 300 + 25 = 1225 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iii)} \quad (86)^2 &= (80+6)^2 = (80)^2 + 2 \times 80 \times 6 + (6)^2 \quad \left[\because (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \right] \\ &= 1600 + 960 + 36 = 7386 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iv)} \quad (93)^2 &= (90+3)^2 = (90)^2 + 2 \times 90 \times 3 + (3)^2 \quad \left[\because (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \right] \\ &= 8100 + 540 + 9 = 8649 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(v)} \quad (71)^2 &= (70+1)^2 = (70)^2 + 2 \times 70 \times 1 + (1)^2 \quad \left[\because (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \right] \\ &= 4900 + 140 + 1 = 5041 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(vi)} \quad (46)^2 &= (40+6)^2 = (40)^2 + 2 \times 40 \times 6 + (6)^2 \quad \left[\because (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \right] \\ &= 1600 + 480 + 36 = 2116 \end{aligned}$$

प्रश्न 2:

पाइथागोरस त्रिक लिखिए जिसका एक सदस्य है:

(i) 6

(ii) 14

(iii) 16

(iv) 18

उत्तर 2:

(i) पाइथागोरस त्रिक की तीन संख्याएँ $2m$, $m^2 - 1$ और $m^2 + 1$ हैं।

$$\text{यहाँ, } 2m = 6 \quad \Rightarrow \quad m = \frac{6}{2} = 3$$

इसलिए,

$$\text{दूसरी संख्या } (m^2 - 1) = (3)^2 - 1 = 9 - 1 = 8$$

$$\text{तीसरी संख्या } m^2 + 1 = (3)^2 + 1 = 9 + 1 = 10$$

अतः, पाइथागोरस त्रिक (6, 8, 10) है।

(ii) पाइथागोरस त्रिक की तीन संख्याएँ $2m, m^2 - 1$ और $m^2 + 1$ हैं।

$$\text{यहाँ, } 2m = 14 \Rightarrow m = \frac{14}{2} = 7$$

इसलिए,

$$\text{दूसरी संख्या } (m^2 - 1) = (7)^2 - 1 = 49 - 1 = 48$$

$$\text{तीसरी संख्या } m^2 + 1 = (7)^2 + 1 = 49 + 1 = 50$$

अतः, पाइथागोरस त्रिक (14, 48, 50) है।

(iii) पाइथागोरस त्रिक की तीन संख्याएँ $2m, m^2 - 1$ और $m^2 + 1$ हैं।

$$\text{यहाँ, } 2m = 16 \Rightarrow m = \frac{16}{2} = 8$$

इसलिए,

$$\text{दूसरी संख्या } (m^2 - 1) = (8)^2 - 1 = 64 - 1 = 63$$

$$\text{तीसरी संख्या } m^2 + 1 = (8)^2 + 1 = 64 + 1 = 65$$

अतः, पाइथागोरस त्रिक (16, 63, 65) है।

(iv) पाइथागोरस त्रिक की तीन संख्याएँ $2m, m^2 - 1$ और $m^2 + 1$ हैं।

$$\text{यहाँ, } 2m = 18 \Rightarrow m = \frac{18}{2} = 9$$

इसलिए,

$$\text{दूसरी संख्या } (m^2 - 1) = (9)^2 - 1 = 81 - 1 = 80$$

$$\text{तीसरी संख्या } m^2 + 1 = (9)^2 + 1 = 81 + 1 = 82$$

अतः, पाइथागोरस त्रिक (18, 80, 82) है।

गणित

(अध्याय - 6) (वर्ग और वर्गमूल)

(कक्षा - 8)

प्रश्नावली 6.3

प्रश्न 1:

निम्नलिखित संख्याओं के वर्गमूल ज्ञात करने में इकाई अंक की क्या संभावना है।

(i) 9801

(ii) 99856

(iii) 998001

(iv) 657666025

उत्तर 1:

संख्याओं के वर्गों में इकाई का अंक 0, 1, 4, 5, 6 और 9 होता है। इसलिए दी गई संख्याओं में संभावित इकाई का अंक निम्नलिखित होगा:

(i) 1

(ii) 6

(iii) 1

(iv) 5

प्रश्न 2:

बिना गणना किए वह संख्या बताएँ जो वास्तव में पूर्ण वर्ग नहीं है।

(i) 153

(ii) 257

(iii) 408

(iv) 441

उत्तर 2:

हम जानते हैं कि संख्याओं के वर्गों में इकाई का अंक 0, 1, 4, 5, 6 और 9 होता है।

(i) 153 में इकाई का अंक 3 है अतः यह संख्या पूर्ण वर्ग नहीं है।

(ii) 257 में इकाई का अंक 7 है अतः यह संख्या पूर्ण वर्ग नहीं है।

(iii) 408 में इकाई का अंक 8 है अतः यह संख्या पूर्ण वर्ग नहीं है।

(iv) 441 में इकाई का अंक 1 है अतः यह संख्या पूर्ण वर्ग है।

प्रश्न 3:

बार-बार घटाने की विधि से और का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 3:

बार-बार घटाने की विधि से 100 का वर्गमूल:

$$100 - 1 = 99$$

$$99 - 3 = 96$$

$$96 - 5 = 91$$

$$91 - 7 = 84$$

$$84 - 9 = 75$$

$$75 - 11 = 64$$

$$64 - 13 = 51$$

$$51 - 15 = 36$$

$$36 - 17 = 19$$

$$19 - 19 = 0$$

संख्या 1 से क्रमागत विषम संख्याओं को 100 में से घटाने पर 10वाँ पद 0 प्राप्त होता है।

इसलिए, $\sqrt{100} = 10$

बार-बार घटाने की विधि से 169 का वर्गमूल:

$$169 - 1 = 168$$

$$168 - 3 = 165$$

$$165 - 5 = 160$$

$$160 - 7 = 153$$

$$153 - 9 = 144$$

$$144 - 11 = 133$$

$$133 - 13 = 120$$

$$120 - 15 = 105$$

$$105 - 17 = 88$$

$$88 - 19 = 69$$

$$69 - 21 = 48$$

$$48 - 23 = 25$$

$$25 - 25 = 0$$

संख्या 1 से क्रमागत विषम संख्याओं को 169 में से घटाने पर 13वाँ पद 0 प्राप्त होता है।

इसलिए, $\sqrt{169} = 13$

प्रश्न 4:

अभाज्य गुणनखंड विधि से निम्न संख्याओं का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

(i) 729

(ii) 400

(iii) 1764

(iv) 4096

(v) 7744

(vi) 9604

(vii) 5929

(viii) 9216

(ix) 529

(x) 8100

उत्तर 4:

(i) 729

$$\begin{aligned}\sqrt{729} &= \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} \\ &= 3 \times 3 \times 3 \\ &= 27\end{aligned}$$

3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

(ii) 400

$$\begin{aligned}\sqrt{400} &= \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5} \\ &= 2 \times 2 \times 5 \\ &= 20\end{aligned}$$

2	1764
2	882
3	441
3	147
7	49
7	7
	1

(iii) 1764

$$\begin{aligned}\sqrt{1764} &= \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7} \\ &= 2 \times 3 \times 7 \\ &= 42\end{aligned}$$

2	400
2	200
2	100
2	50
5	25
5	5
	1

(iv) 4096

$$\begin{aligned}\sqrt{4096} &= \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ &= 64\end{aligned}$$

2	7744
2	3872
2	1936
2	968
2	484
2	242
11	121
11	11
	1

2	4096
2	2048
2	1024
2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

(v) 7744

$$\begin{aligned}\sqrt{7744} &= \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 11} \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 11 \\ &= 88\end{aligned}$$

(vi) 9604

$$\begin{aligned}\sqrt{9604} &= \sqrt{2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7} \\ &= 2 \times 7 \times 7 \\ &= 98\end{aligned}$$

2	9604
2	4802
7	2401
7	343
7	49
7	7
	1

(vii) 5929

$$\begin{aligned}\sqrt{5929} &= \sqrt{7 \times 7 \times 11 \times 11} \\ &= 7 \times 11 \\ &= 77\end{aligned}$$

7	5929
7	847
11	121
11	11
	1

(viii) 9216
 $\sqrt{9216} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}$
 $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$
 $= 96$

(ix) 529
 $\sqrt{529} = \sqrt{23 \times 23}$
 $= 23$

23	529
23	23
	1

(x) 8100
 $\sqrt{8100} = \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5}$
 $= 2 \times 3 \times 3 \times 5$
 $= 90$

2	8100
2	4050
3	2025
3	675
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

2	9216
2	4608
2	2304
2	1152
2	576
2	288
2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

प्रश्न 5:

निम्नलिखित संख्याओं में प्रत्येक के लिए वह सबसे छोटी पूर्ण संख्या ज्ञात कीजिए जिससे इस संख्या को गुणा करने पर यह एक पूर्ण वर्ग संख्या बन जाए। इस पूर्ण वर्ग संख्या का वर्गमूल भी ज्ञात कीजिए।

- (i) 252 (ii) 180
 (iii) 1008 (iv) 2028
 (v) 1458 (vi) 768

उत्तर 5:

- (i) $252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$
 यहाँ, 252 के अभाज्य गुणनखंड में 7 युग्म में नहीं है। अतः 252 को 7 से गुणा करने पर यह एक पूर्ण वर्ग संख्या बन जाएगा।
 $\therefore 252 \times 7 = 1764$
 और $\sqrt{1764} = 2 \times 3 \times 7 = 42$
- (ii) $180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$
 यहाँ, 180 के अभाज्य गुणनखंड में 5 युग्म में नहीं है। अतः 180 को 5 से गुणा करने पर यह एक पूर्ण वर्ग संख्या बन जाएगा।
 $\therefore 180 \times 5 = 900$
 और $\sqrt{900} = 2 \times 3 \times 5 = 30$
- (iii) $1008 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$
 यहाँ, 1008 के अभाज्य गुणनखंड में 7 युग्म में नहीं है। अतः 1008 को 7 से गुणा करने पर यह एक पूर्ण वर्ग संख्या बन जाएगा।
 $\therefore 1008 \times 7 = 7056$
 और $\sqrt{7056} = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 84$

2	252
2	126
3	63
3	21
7	7
	1

2	180
2	90
3	45
3	15
5	5
	1

2	1008
2	504
2	252
2	126
3	63
3	21
7	7
	1

- (iv) $2028 = 2 \times 2 \times 3 \times 13 \times 13$
यहाँ, 2028 के अभाज्य गुणनखंड में 3 युग्म में नहीं है। अतः 2028 को 3 से गुणा करने पर यह एक पूर्ण वर्ग संख्या बन जाएगा।

$\therefore 2028 \times 3 = 6084$

और $\sqrt{6084} = 2 \times 2 \times 3 \times 13 \times 13 = 78$

2	2028
2	1014
3	507
13	169
13	13
	1

- (v) $1458 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
यहाँ, 1458 के अभाज्य गुणनखंड में 2 युग्म में नहीं है। अतः 1458 को 2 से गुणा करने पर यह एक पूर्ण वर्ग संख्या बन जाएगा।

$\therefore 1458 \times 2 = 2916$

और $\sqrt{2916} = 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$

2	1458
3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

- (vi) $768 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$
यहाँ, 768 के अभाज्य गुणनखंड में 3 युग्म में नहीं है। अतः 768 को 3 से गुणा करने पर यह एक पूर्ण वर्ग संख्या बन जाएगा।

$\therefore 768 \times 3 = 2304$

और $\sqrt{2304} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$

2	768
2	384
2	192
2	96
2	48
2	24
2	12
2	6
3	3
	1

प्रश्न 6:

निम्नलिखित संख्याओं में प्रत्येक के लिए वह सबसे छोटी पूर्ण संख्या ज्ञात कीजिए जिससे इस संख्या को भाग देने पर यह एक पूर्ण वर्ग संख्या बन जाए। इस तरह ज्ञात की गई संख्या का वर्गमूल भी ज्ञात कीजिए।

- | | |
|-----------|-----------|
| (i) 252 | (ii) 2925 |
| (iii) 396 | (iv) 2645 |
| (v) 2800 | (vi) 1620 |

उत्तर 6:

- (i) $252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$
यहाँ, 252 के अभाज्य गुणनखंड में 7 युग्म में नहीं है। अतः 252 को 7 से भाग देने पर यह एक पूर्ण वर्ग संख्या बन जाएगा।

$\therefore 252 \div 7 = 36$

और $\sqrt{36} = 2 \times 3 = 6$

2	252
2	126
3	63
3	21
7	7
	1

- (ii) $2925 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 13$
यहाँ, 2925 के अभाज्य गुणनखंड में 13 युग्म में नहीं है। अतः 2925 को 13 से भाग देने पर यह एक पूर्ण वर्ग संख्या बन जाएगा।

$\therefore 2925 \div 13 = 225$

और $\sqrt{225} = 3 \times 5 = 15$

3	2925
3	975
5	325
5	65
13	13
	1

- (iii) $396 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 11$
यहाँ, 396 के अभाज्य गुणनखंड में 11 युग्म में नहीं है। अतः 396 को 11 से भाग देने पर यह एक पूर्ण वर्ग संख्या बन जाएगा।
 $\therefore 396 \div 11 = 36$
और $\sqrt{36} = 2 \times 3 = 6$

2	396
2	198
3	99
3	33
11	11
	1

- (iv) $2645 = 5 \times 23 \times 23$
यहाँ, 2645 के अभाज्य गुणनखंड में 5 युग्म में नहीं है। अतः 2645 को 5 से भाग देने पर यह एक पूर्ण वर्ग संख्या बन जाएगा।
 $\therefore 2645 \div 5 = 529$
और $\sqrt{529} = 23 \times 23 = 23$

5	2645
23	529
23	23
	1

- (v) $2800 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7$
यहाँ, 2800 के अभाज्य गुणनखंड में 7 युग्म में नहीं है। अतः 2800 को 7 से भाग देने पर यह एक पूर्ण वर्ग संख्या बन जाएगा।
 $\therefore 2800 \div 7 = 400$
और $\sqrt{400} = 2 \times 2 \times 5 = 20$

2	2800
2	1400
2	700
2	350
5	175
5	35
7	7
	1

- (vi) $1620 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$
यहाँ, 1620 के अभाज्य गुणनखंड में 5 युग्म में नहीं है। अतः 1620 को 5 से भाग देने पर यह एक पूर्ण वर्ग संख्या बन जाएगा।
 $\therefore 1620 \div 5 = 324$
और $\sqrt{324} = 2 \times 3 \times 3 = 18$

2	1620
2	810
3	405
3	135
3	45
3	15
5	5
	1

प्रश्न 7:

एक विद्यालय में कक्षा VIII के सभी विद्यार्थियों ने प्रधानमंत्री राष्ट्रीय राहत कोष में ₹2401 दान में दिए। प्रत्येक विद्यार्थी ने उतने ही रुपये दान में दिए जितने कक्षा में विद्यार्थी थे। कक्षा के विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

उत्तर 7:

यहाँ, प्रधानमंत्री राष्ट्रीय राहत कोष में दान में दिए = ₹2401

माना, विद्यार्थियों की संख्या = x

इसलिए, दान में दिए रुपये = $x \times x$

प्रश्नानुसार,

$$x^2 = 2401$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2401} = \sqrt{7 \times 7 \times 7 \times 7}$$

$$\Rightarrow x = 7 \times 7 = 49$$

अतः, विद्यार्थियों की संख्या 49 है।

7	2401
7	343
7	49
7	7
	1

प्रश्न 8:

एक बाग में 2025 पौधे इस प्रकार लगाए जाने हैं कि प्रत्येक पंक्ति में उतने ही पौधे हों, जितनी पंक्तियों की संख्या हो। पंक्तियों की संख्या और प्रत्येक पंक्ति में पौधों की संख्या ज्ञात कीजिए।

उत्तर 8:

यहाँ, पौधों की कुल संख्या = 2025

माना, पंक्तियों की संख्या = x

इसलिए, प्रत्येक पंक्ति में पौधों की संख्या = x

प्रश्नानुसार,

$$x^2 = 2025$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2025} = \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5}$$

$$\Rightarrow x = 3 \times 3 \times 5 = 45$$

अतः, प्रत्येक पंक्ति में पौधों की संख्या 45 है।

3	2025
3	675
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

प्रश्न 9:

वह सबसे छोटी वर्ग संख्या ज्ञात कीजिए जो 4, 9 और 10 प्रत्येक से विभाजित हो जाए।

उत्तर 9:

4, 9 और 10 का L.C.M. 180 है।

180 के अभाज्य गुणनखंड = $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$

यहाँ, 180 के अभाज्य गुणनखंड में 5 युग्म में नहीं है। अतः 180 को 5 से गुणा करने पर यह एक पूर्ण वर्ग संख्या बन जाएगा।

$$\therefore 180 \times 5 = 900$$

अतः, 900 वह सबसे छोटी वर्ग संख्या जो 4, 9 और 10 से विभाजित हो जाएगी।

2	180
2	90
3	45
3	15
5	5
	1

प्रश्न 10:

वह सबसे छोटी वर्ग संख्या ज्ञात कीजिए जो 8, 15 और 20 प्रत्येक से विभाजित हो जाए।

उत्तर 10:

8, 15 और 20 का L.C.M. 120 है।

120 के अभाज्य गुणनखंड = $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

यहाँ, 120 के अभाज्य गुणनखंड में 2, 3 और 5 युग्म में नहीं है। अतः 120 को $2 \times 3 \times 5$ से गुणा करने पर यह एक पूर्ण वर्ग संख्या बन जाएगा।

$$\therefore 120 \times 2 \times 3 \times 5 = 3600$$

अतः, 3600 वह सबसे छोटी वर्ग संख्या जो 8, 15 और 20 से विभाजित हो जाएगी।

2	120
2	60
3	30
3	15
5	5
	1

गणित

(अध्याय - 6) (वर्ग और वर्गमूल)

(कक्षा - 8)

प्रश्नावली 6.4

प्रश्न 1:

निम्नलिखित संख्याओं के वर्गमूल, भाग विधि से ज्ञात कीजिए:

- | | |
|------------|-------------|
| (i) 2304 | (ii) 4489 |
| (iii) 3481 | (iv) 529 |
| (v) 3249 | (vi) 1369 |
| (vii) 5776 | (viii) 7921 |
| (ix) 576 | (x) 1024 |
| (xi) 3136 | (xii) 900 |

उत्तर 1:

- (i) 2304

अतः, 2304 का वर्गमूल 48 है।

	48
4	$\overline{23\ 04}$
	- 16
88	704
	- 704
	0

- (ii) 4489

अतः, 4489 का वर्गमूल 67 है।

	67
6	$\overline{44\ 89}$
	- 36
127	889
	- 889
	0

- (iii) 3481

अतः, 3481 का वर्गमूल 59 है।

	59
5	$\overline{34\ 81}$
	- 25
109	981
	- 981
	0

- (iv) 529

अतः, 529 का वर्गमूल 23 है।

	23
2	$\overline{5\ 29}$
	- 4
43	129
	- 129
	0

- (v) 3249

अतः, 3249 का वर्गमूल 57 है।

	57
5	$\overline{32\ 49}$
	- 25
107	749
	- 749
	0

(vi) 1369

अतः, 1369 का वर्गमूल 37 है।

	37
3	$\overline{13} \overline{69}$ – 9
67	469 – 469
	0

(vii) 5776

अतः, 5776 का वर्गमूल 76 है।

	76
7	$\overline{57} \overline{76}$ – 49
146	876 – 876
	0

(viii) 7921

अतः, 7921 का वर्गमूल 89 है।

	89
8	$\overline{79} \overline{21}$ – 64
169	1521 – 1521
	0

(ix) 576

अतः, 576 का वर्गमूल 24 है।

	24
2	$\overline{5} \overline{76}$ – 4
44	176 – 176
	0

(x) 1024

अतः, 1024 का वर्गमूल 32 है।

	32
3	$\overline{10} \overline{24}$ – 9
62	124 – 124
	0

(xi) 3136

अतः, 3136 का वर्गमूल 56 है।

	56
5	$\overline{31} \overline{36}$ – 25
106	636 – 636
	0

(xii) 900

अतः, 900 का वर्गमूल 30 है।

	30
3	$\overline{9} \overline{00}$ - 9
00	000 - 000
	0

प्रश्न 2:

निम्नलिखित संख्याओं में से प्रत्येक के वर्गमूल में अंकों की संख्या ज्ञात कीजिए: (बिना गणना के)

(i) 64

(ii) 144

(iii) 4489

(iv) 27225

(v) 390625

उत्तर 2:

(i) यहाँ, 64 में अंक 2 कुल हैं जोकि एक सम संख्या है।

$$\text{इसलिए, वर्गमूल में अंकों की संख्या} = \frac{n}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

(ii) यहाँ, 144 में अंक 3 कुल हैं जोकि एक विषम संख्या है।

$$\text{इसलिए, वर्गमूल में अंकों की संख्या} = \frac{n+1}{2} = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

(iv) यहाँ, 4489 में अंक 4 कुल हैं जोकि एक सम संख्या है।

$$\text{इसलिए, वर्गमूल में अंकों की संख्या} = \frac{n}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

(v) यहाँ, 390625 में अंक 6 कुल हैं जोकि एक सम संख्या है।

$$\text{इसलिए, वर्गमूल में अंकों की संख्या} = \frac{n}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

प्रश्न 3:

निम्नलिखित दशमलव संख्याओं के वर्गमूल ज्ञात कीजिए:

(i) 2.56

(ii) 7.29

(iii) 51.84

(iv) 42.25

(v) 31.36

उत्तर 3:

(i) 2.56

अतः, 2.56 का वर्गमूल 1.6 है।

	1.6
1	$\overline{2} . \overline{56}$ - 1
26	156 - 156
	0

(ii) 7.29

अतः, 7.29 का वर्गमूल 2.7 है।

	2.7
2	$\overline{7} . \overline{29}$ - 4
47	329 - 329
	0

(iii) 51.84

अतः, 51.84 का वर्गमूल 7.2 है।

	7.2
7	$\overline{51.84}$
	- 49
142	284
	- 284
	0

(iv) 42.25

अतः, 42.25 का वर्गमूल 6.5 है।

	6.5
6	$\overline{42.25}$
	- 36
125	625
	- 625
	0

(v) 31.36

अतः, 31.36 का वर्गमूल 5.6 है।

	5.6
5	$\overline{31.36}$
	- 25
106	636
	- 636
	0

प्रश्न 4:

निम्नलिखित संख्याओं में से प्रत्येक में न्यूनतम संख्या क्या घटाई जाए कि एक पूर्ण वर्ग संख्या प्राप्त हो जाए। इस प्रकार प्राप्त पूर्ण वर्ग संख्याओं का वर्गमूल भी ज्ञात कीजिए:

(i) 402

(ii) 1989

(iii) 3250

(iv) 825

(v) 4000

उत्तर 4:

(i)

दी गई संख्या = 402

हम जानते हैं कि यदि हम संख्या में से शेष को घटा दें तो संख्या पूर्ण वर्ग हो जाएगी।

यहाँ, शेष = 2, इसलिए यदि 402 में से 2 को घटा दें तो संख्या पूर्ण वर्ग हो जाएगी।

$$\therefore 402 - 2 = 400$$

अतः, 400 का वर्गमूल 20 है।

	20
2	$\overline{400}$
	- 4
00	00
	- 00
	0

	20
2	$\overline{402}$
	- 4
40	02
	- 00
	2

(ii)

दी गई संख्या = 1989

हम जानते हैं कि यदि हम संख्या में से शेष को घटा दें तो संख्या पूर्ण वर्ग हो जाएगी।

यहाँ, शेष = 53, इसलिए यदि 1989 में से 53 को घटा दें तो संख्या पूर्ण वर्ग हो जाएगी।

$$\therefore 1989 - 53 = 1936$$

अतः, 1936 का वर्गमूल 44 है।

	44
4	$\overline{1936}$
	- 16
84	336
	- 336
	0

	44
4	$\overline{1989}$
	- 16
84	389
	- 336
	53

- (iii) दी गई संख्या = 3250
हम जानते हैं कि यदि हम संख्या में से शेष को घटा दें तो संख्या पूर्ण वर्ग हो जाएगी।
यहाँ, शेष = 1, इसलिए यदि 3250 में से 1 को घटा दें तो संख्या पूर्ण वर्ग हो जाएगी।
 $\therefore 3250 - 1 = 3249$

अतः, 3249 का वर्गमूल 57 है।

	57
5	$\overline{32} \overline{49}$
	- 25
107	749
	- 749
	0

	57
5	$\overline{32} \overline{50}$
	- 25
107	750
	- 749
	1

- (iv) दी गई संख्या = 825
हम जानते हैं कि यदि हम संख्या में से शेष को घटा दें तो संख्या पूर्ण वर्ग हो जाएगी।
यहाँ, शेष = 41, इसलिए यदि 825 में से 41 को घटा दें तो संख्या पूर्ण वर्ग हो जाएगी।
 $\therefore 825 - 41 = 784$

अतः, 784 का वर्गमूल 28 है।

	28
2	$\overline{7} \overline{84}$
	- 4
48	384
	- 384
	0

	28
2	$\overline{8} \overline{25}$
	- 4
48	425
	- 384
	41

- (v) दी गई संख्या = 4000
हम जानते हैं कि यदि हम संख्या में से शेष को घटा दें तो संख्या पूर्ण वर्ग हो जाएगी।
यहाँ, शेष = 31, इसलिए यदि 4000 में से 31 को घटा दें तो संख्या पूर्ण वर्ग हो जाएगी।
 $\therefore 4000 - 31 = 3969$

अतः, 3969 का वर्गमूल 63 है।

	63
6	$\overline{39} \overline{69}$
	- 36
123	369
	- 369
	0

	63
6	$\overline{40} \overline{00}$
	- 36
123	400
	- 369
	31

प्रश्न 5:

निम्नलिखित संख्याओं में से प्रत्येक में कम से कम कितना जोड़ा जाए कि एक पूर्ण वर्ग संख्या प्राप्त हो जाए। इस प्रकार प्राप्त पूर्ण वर्ग संख्याओं का वर्गमूल भी ज्ञात कीजिए:

- (i) 525 (ii) 1750
(iii) 252 (iv) 1825
(v) 6412

उत्तर 5:

- (i) दी गई संख्या = 525
यहाँ, शेष = 41, इसलिए $22^2 < 525$
अगली पूर्ण वर्ग संख्या $23^2 = 529$
अतः, जोड़ी गई संख्या = $529 - 525 = 4$
 $\therefore 525 + 4 = 529$
अतः, 529 का वर्गमूल 23 है।

	22
2	$\overline{5} \overline{25}$
	- 4
42	125
	- 84
	41

- (ii) दी गई संख्या = 1750
यहाँ, शेष = 69, इसलिए $41^2 < 1750$
अगली पूर्ण वर्ग संख्या $42^2 = 1764$
अतः, जोड़ी गई संख्या = $1764 - 1750 = 14$
 $\therefore 1750 + 14 = 1764$
अतः, 1764 का वर्गमूल 42 है।

	41
4	$\overline{17} \overline{50}$
	- 16
81	150
	- 81
	69

- (iii) 252
यहाँ, शेष = 27, इसलिए $15^2 < 252$
अगली पूर्ण वर्ग संख्या $16^2 = 256$
अतः, जोड़ी गई संख्या = $256 - 252 = 4$
 $\therefore 252 + 4 = 256$
अतः, 256 का वर्गमूल 16 है।

	15
1	$\overline{2} \overline{52}$
	- 1
25	152
	- 125
	27

- (iv) दी गई संख्या = 1825
यहाँ, शेष = 61, इसलिए $42^2 < 1825$
अगली पूर्ण वर्ग संख्या $43^2 = 1849$
अतः, जोड़ी गई संख्या = $1849 - 1825 = 24$
 $\therefore 1825 + 24 = 1849$
अतः, 1849 का वर्गमूल 43 है।

	42
4	$\overline{18} \overline{25}$
	- 16
82	225
	- 164
	61

- (v) दी गई संख्या = 6412
यहाँ, शेष = 12, इसलिए $80^2 < 6412$
अगली पूर्ण वर्ग संख्या $81^2 = 6561$
अतः, जोड़ी गई संख्या = $6561 - 6412 = 149$
 $\therefore 6412 + 149 = 6561$
अतः, 6561 का वर्गमूल 81 है।

	80
8	$\overline{64} \overline{12}$
	- 64
160	0012
	- 0000
	12

प्रश्न 6:

किसी वर्ग की भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए जिसका क्षेत्रफल 441 m^2 है।

उत्तर 6:

माना, वर्ग की भुजा की लंबाई = $x \text{ m}$

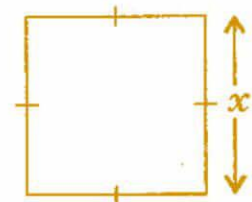
इसलिए, क्षेत्रफल = $(\text{side})^2 = x^2$

प्रश्नानुसार, $x^2 = 441$

$$\Rightarrow x = \sqrt{441} = \sqrt{3 \times 3 \times 7 \times 7} = 3 \times 7$$

$$\Rightarrow x = 21 \text{ m}$$

अतः, वर्ग की भुजा की लंबाई 21 m है।



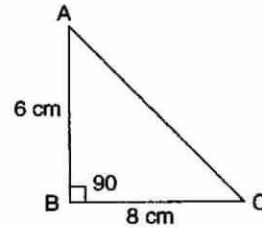
प्रश्न 7:

किसी समकोण त्रिभुज ABC में, $\angle B = 90^\circ$.

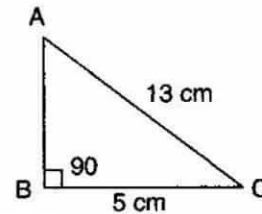
- (i) यदि $AB = 6 \text{ cm}$, $BC = 8 \text{ cm}$, है तो AC ज्ञात कीजिए।
 (ii) यदि $AC = 13 \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$, है तो AB ज्ञात कीजिए।

उत्तर 7:

- (i) पाइथागोरस प्रमेय से,
 $AC^2 = AB^2 + BC^2$
 $\Rightarrow AC^2 = (6)^2 + (8)^2$
 $\Rightarrow AC^2 = 36 + 84 = 100$
 $\Rightarrow AC = 10 \text{ cm}$



- (ii) पाइथागोरस प्रमेय से,
 $AC^2 = AB^2 + BC^2$
 $\Rightarrow (13)^2 = AB^2 + (5)^2$
 $\Rightarrow 169 = AB^2 + 25$
 $\Rightarrow AB^2 = 169 - 25$
 $\Rightarrow AB^2 = 144$
 $\Rightarrow AB = 12 \text{ cm}$

**प्रश्न 8:**

एक माली के पास 1000 पौधे हैं। इन पौधों को वह इस प्रकार लगाना चाहता है कि पंक्तियों की संख्या और कॉलम की संख्या समान रहे। इसके लिए कम से कम पौधों की संख्या ज्ञात कीजिए जिसकी उसे आवश्यकता हो।

उत्तर 8:

यहाँ, पौधों की संख्या = 1000
 यहाँ, शेष = 39, इसलिए $31^2 < 1000$
 अगली पूर्ण वर्ग संख्या $32^2 = 1024$
 अतः, जोड़ी गई संख्या = $1024 - 1000 = 24$
 $\therefore 1000 + 24 = 1024$
 अतः, माली को कम से कम 24 पौधों की आवश्यकता है।

	31
3	$\overline{10\ 00}$
	- 9
61	$\overline{100}$
	- 61
	39

प्रश्न 9:

एक विद्यालय में 500 विद्यार्थी हैं। पी.टी. के अभ्यास के लिए इन्हें इस तरह से खड़ा किया गया कि पंक्तियों की संख्या और कॉलम की संख्या समान रहे। इस व्यवस्था को बनाने में कितने विद्यार्थियों को बाहर जाना होगा?

उत्तर 9:

यहाँ, विद्यार्थियों की संख्या = 500
 500 का वर्गमूल प्राप्त करने पर,
 प्रत्येक पंक्ति में, विद्यार्थियों की संख्या = 22
 अतः, 16 विद्यार्थियों को बाहर जाना होगा।

	22
2	$\overline{5\ 00}$
	- 4
42	$\overline{100}$
	- 84
	16