

निर्देशांक ज्यामिति

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

- कार्तीय पद्धति (या निकाय)
- निर्देशांक अक्ष
- मूलबिंदु
- चतुर्थांश
- भुज
- कोटि
- एक बिंदु के निर्देशांक
- क्रमित युग्म

कार्तीय तल में बिंदुओं का आलेख

- कार्तीय तल में, क्षैतिज रेखा x -अक्ष तथा ऊर्ध्वाधर रेखा y -अक्ष कहलाती है।
- निर्देशांक अक्ष तल को चार भागों में विभक्त कर देती है जो चतुर्थांश कहलाते हैं।
- अक्षों के प्रतिच्छेद बिंदु को मूलबिंदु कहते हैं।
- किसी बिंदु का भुज या x -निर्देशांक उसकी y -अक्ष से दूरी होती है तथा किसी बिंदु की कोटि या y -निर्देशांक उसकी x -अक्ष से दूरी होती है।
- (x, y) उस बिंदु के निर्देशांक कहलाते हैं जिसका भुज x हो तथा कोटि y हो।
- x -अक्ष पर स्थित किसी बिंदु के निर्देशांक $(x, 0)$ के रूप के होते हैं तथा y -अक्ष पर स्थित किसी बिंदु के निर्देशांक $(0, y)$ के रूप के होते हैं।
- मूलबिंदु के निर्देशांक $(0, 0)$ होते हैं।

- प्रथम चतुर्थांश में किसी बिंदु के निर्देशांक के चिह्न $(+, +)$, द्वितीय चतुर्थांश में $(-, +)$, तीसरे चतुर्थांश में $(-, -)$ तथा चौथे चतुर्थांश में $(+, -)$ होते हैं।

(B) बहु विकल्पीय प्रश्न

सही उत्तर लिखिए -

प्रतिदर्श प्रश्न 1: वे बिंदु (मूलबिंदु के अतिरिक्त) जिनके भुज उनकी कोटि के बराबर हैं निम्नलिखित में स्थित होंगे :

- | | |
|------------------------|------------------------|
| (A) केवल चतुर्थांश I | (B) चतुर्थांश I और II |
| (C) चतुर्थांश I और III | (D) चतुर्थांश II और IV |

हल : उत्तर (C)

प्रश्नावली 3.1

निम्नलिखित में से प्रत्येक में सही उत्तर लिखिए-

- बिंदु $(-3, 5)$ स्थित है :
 (A) प्रथम चतुर्थांश में (B) द्वितीय चतुर्थांश में
 (C) तीसरे चतुर्थांश में (D) चौथे चतुर्थांश में
- द्वितीय चतुर्थांश में स्थित किसी बिंदु के भुज और कोटि के क्रमशः चिह्न हैं :
 (A) $+, +$ (B) $-, -$ (C) $-, +$ (D) $+, -$
- बिंदु $(0, -7)$ स्थित है :
 (A) x -अक्ष पर (B) द्वितीय चतुर्थांश में
 (C) y -अक्ष पर (D) चौथे चतुर्थांश में
- बिंदु $(-10, 0)$ स्थित है :
 (A) x -अक्ष की ऋणात्मक दिशा में (B) y -अक्ष की ऋणात्मक दिशा में
 (C) तीसरे चतुर्थांश में (D) चौथे चतुर्थांश में
- x -अक्ष पर स्थित सभी बिंदुओं का भुज है :
 (A) 0 (B) 1
 (C) 2 (D) कोई भी संख्या
- x -अक्ष पर स्थित सभी बिंदुओं की कोटि है :
 (A) 0 (B) 1
 (C) -1 (D) कोई भी संख्या

7. वह बिंदु, जहाँ दोनों निर्देशांक अक्ष मिलते हैं, कहलाता है :
 (A) भुज (B) कोटि (C) मूलबिंदु (D) चतुर्थांश
8. वह बिंदु जिसके दोनों निर्देशांक ऋणात्मक हैं स्थित होगा :
 (A) चतुर्थांश I (B) चतुर्थांश II
 (C) चतुर्थांश III (D) चतुर्थांश IV
9. बिंदु $(1, -1)$, $(2, -2)$, $(4, -5)$, $(-3, -4)$
 (A) चतुर्थांश II में स्थित हैं (B) चतुर्थांश III में स्थित हैं
 (C) चतुर्थांश IV में स्थित हैं (D) एक ही चतुर्थांश में स्थित नहीं हैं
10. यदि किसी बिंदु का y निर्देशांक शून्य है, तो वह बिंदु सदैव स्थित है :
 (A) चतुर्थांश I में (B) चतुर्थांश II में
 (C) x -अक्ष पर (D) y -अक्ष पर
11. बिंदु $(-5, 2)$ और $(2, -5)$ स्थित हैं :
 (A) एक ही चतुर्थांश में (B) क्रमशः चतुर्थांश II और III में
 (C) क्रमशः चतुर्थांश II और IV में (D) क्रमशः चतुर्थांश IV और II में
12. यदि किसी बिंदु P की x -अक्ष से लांबिक दूरी 5 मात्रक हो तथा इस लंब का पाद x -अक्ष की ऋणात्मक दिशा पर स्थित हो, तो बिंदु P का
 (A) x निर्देशांक $= -5$ है (B) y निर्देशांक $= 5$ केवल
 (C) y निर्देशांक $= -5$ केवल (D) y निर्देशांक $= 5$ या -5
13. बिंदुओं O $(0, 0)$, A $(3, 0)$, B $(3, 4)$, C $(0, 4)$ को आलेखित करके तथा OA, AB, BC और CO को मिलाने पर, निम्नलिखित में से कौन-सी आकृति प्राप्त होगी?
 (A) वर्ग (B) आयत (C) समलंब (D) समचतुर्भुज
14. यदि बिंदुओं P $(-1, 1)$, Q $(3, -4)$, R $(1, -1)$, S $(-2, -3)$ और T $(-4, 4)$ को आलेख कागज पर आलेखित किया जाए, तो चौथे चतुर्थांश के बिंदु हैं :
 (A) P और T (B) Q और R (C) केवल S (D) P और R
15. यदि दो बिंदुओं P और Q के निर्देशांक क्रमशः $(-2, 3)$ और $(-3, 5)$ हैं तो $(P \text{ का भुज}) - (Q \text{ का भुज})$ बराबर है :
 (A) -5 (B) 1 (C) -1 (D) -2
16. यदि P $(5, 1)$, Q $(8, 0)$, R $(0, 4)$, S $(0, 5)$ और O $(0, 0)$ को एक आलेख कागज पर आलेखित किया जाए, तो x -अक्ष पर स्थित बिंदु हैं :
 (A) P और R (B) R और S (C) केवल Q (D) Q और O

17. किसी बिंदु का भुज धनात्मक होता है :

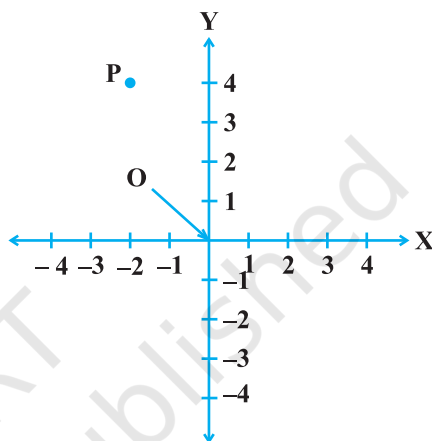
- (A) चतुर्थांश I और II में (B) चतुर्थांश I और IV में
(C) केवल चतुर्थांश I में (D) केवल चतुर्थांश II में

18. वे बिंदु जिनके भुज और कोटि विभिन्न चिह्नों के होते हैं स्थित होंगे :

- (A) चतुर्थांश I और II में
(B) चतुर्थांश II और III में
(C) चतुर्थांश I और III में
(D) चतुर्थांश II और IV में

19. आकृति 3.1 में, P के निर्देशांक हैं :

- (A) $(-4, 2)$ (B) $(-2, 4)$
(C) $(4, -2)$ (D) $(2, -4)$



आकृति 3.1

20. आकृति 3.2 में, निर्देशांक $(-5, 3)$ वाला बिंदु है :

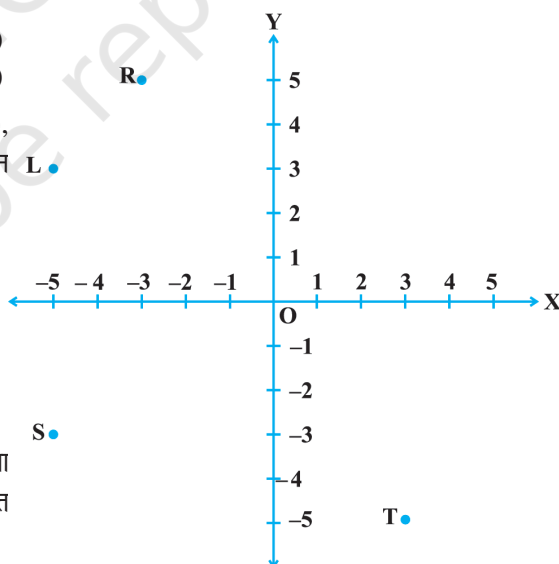
- (A) T (B) R
(C) L (D) S

21. वह बिंदु, जिसकी कोटि 4 है और जो y -अक्ष पर स्थित है, होगा :

- (A) $(4, 0)$ (B) $(0, 4)$
(C) $(1, 4)$ (D) $(4, 2)$

22. बिंदुओं $P(0, 3)$, $Q(1, 0)$, $R(0, -1)$, $S(-5, 0)$ और $T(1, 2)$ में से कौन-कौन से बिंदु x -अक्ष पर स्थित नहीं हैं?

- (A) केवल P और R
(B) Q और S
(C) P, R और T
(D) Q, S और T



आकृति 3.2

23. वह बिंदु जो y -अक्ष की ऋणात्मक दिशा में y -अक्ष पर 5 मात्रक की दूरी पर स्थित है, होगा :

- (A) $(0, 5)$ (B) $(5, 0)$
(C) $(0, -5)$ (D) $(-5, 0)$

24. y -अक्ष से बिंदु P (3, 4) की लांबिक दूरी है :

- (A) 3 (B) 4
(C) 5 (D) 7

(C) तर्क के साथ संक्षिप्त उत्तरीय प्रश्न

प्रतिदर्श प्रश्न 1 : निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य लिखिए। अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

- (i) बिंदु (0, -2) y -अक्ष पर स्थित है।
(ii) x -अक्ष से बिंदु (4, 3) की लांबिक दूरी 4 है।

हल :

- (i) सत्य, क्योंकि y -अक्ष पर स्थित बिंदु (0, y) के रूप का होता है।
(ii) असत्य, क्योंकि x -अक्ष से किसी बिंदु की लांबिक दूरी उसकी कोटि के बराबर होती है। अतः, यह 3 है, 4 नहीं।

प्रश्नावली 3.2

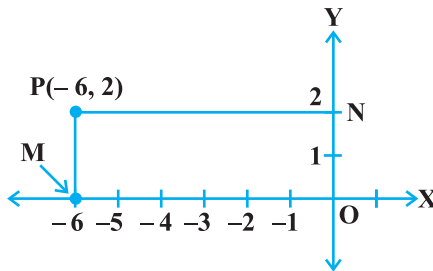
1. निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य लिखिए। अपने उत्तर का औचित्य दीजिए -

- (i) बिंदु (3, 0) प्रथम चतुर्थांश में स्थित है।
(ii) बिंदु (1, -1) और (-1, 1) एक ही चतुर्थांश में स्थित हैं।
(iii) उस बिंदु के निर्देशांक, जिसकी कोटि $-\frac{1}{2}$ और भुज 1 है, $-\frac{1}{2}, 1$ होंगे।
(iv) उस बिंदु के निर्देशांक (2, 0) हैं जो y -अक्ष पर x -अक्ष से 2 मात्रक की दूरी पर स्थित है।
(v) (-1, 7) चतुर्थांश II में स्थित एक बिंदु है।

(D) संक्षिप्त उत्तरीय प्रश्न

प्रतिदर्श प्रश्न 1 : बिंदु P (-6, 2) को आलेखित कीजिए तथा इससे क्रमशः x -अक्ष और y -अक्ष पर लंब PM और PN खींचिए। बिंदुओं M और N के निर्देशांक लिखिए।

हल :



आकृति 3.3

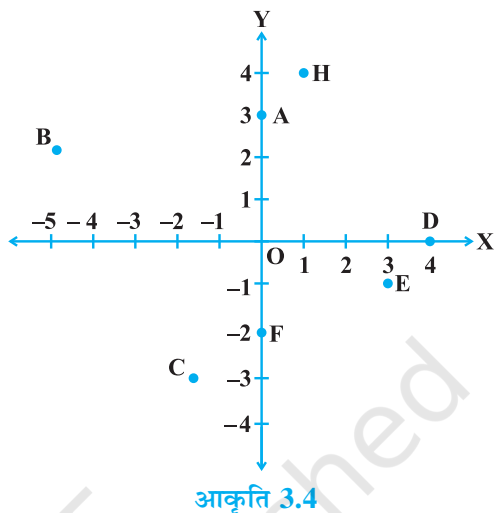
आलेख (आकृति 3.3) से, हम देखते हैं कि M के निर्देशांक $(-6, 0)$ हैं तथा N के निर्देशांक $(0, 2)$ हैं।

प्रतिदर्श प्रश्न 2 : आकृति 3.4 से, निम्नलिखित को लिखिए -

- B, C और E के निर्देशांक
- निर्देशांक $(0, -2)$ वाला बिंदु
- बिंदु H का भुज
- बिंदु D की कोटि

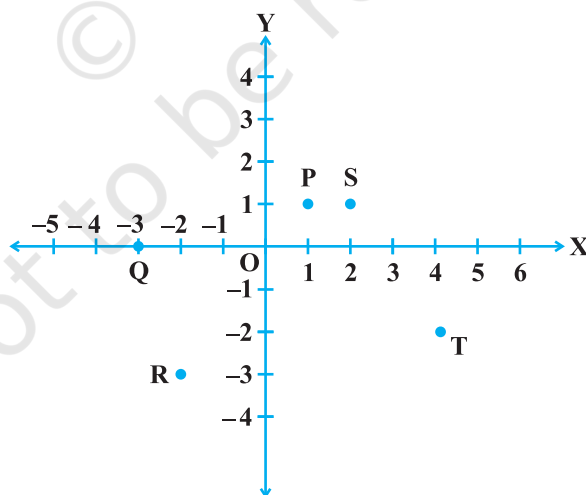
हल :

- $B = (-5, 2)$, $C = (-2, -3)$
 $E = (3, -1)$
- F
- 1
- 0



प्रश्नावली 3.3

1. आकृति 3.5 से, बिंदुओं P, Q, R, S, T और O के निर्देशांक लिखिए :



आकृति 3.5

2. निम्नलिखित बिंदुओं को आलेखित कीजिए तथा इनको क्रम से मिलाने पर बनी आकृति का नाम लिखिए :

P(-3, 2), Q(-7, -3), R(6, -3), S(2, 2)

3. निम्नलिखित सारणी से प्राप्त बिंदुओं (x, y) को आलेखित कीजिए :

x	2	4	-3	-2	3	0
y	4	2	0	5	-3	0

4. निम्नलिखित बिंदुओं को आलेखित कीजिए तथा जाँच कीजिए कि ये सरेख हैं या नहीं :

(i) (1, 3), (-1, -1), (-2, -3)

(ii) (1, 1), (2, -3), (-1, -2)

(iii) (0, 0), (2, 2), (5, 5)

5. बिना बिंदुओं को आलेखित किए, बताइए कि वे किस चतुर्थांश में स्थित होंगे, यदि :

(i) कोटि 5 है, और भुज -3 है

(ii) भुज -5 है, और कोटि -3 है

(iii) भुज -5 है, और कोटि 3 है

(iv) कोटि 5 है, और भुज 3 है

6. आकृति 3.6 में, LM एक रेखा है जो y-अक्ष के समांतर है तथा उससे 3 मात्रक की दूरी पर है।

(i) बिंदुओं P, R और Q के निर्देशांक क्या हैं?

(ii) बिंदुओं L और M के भुजों में क्या अंतर है?

7. किस चतुर्थांश अथवा किस अक्ष पर निम्नलिखित बिंदु स्थित हैं?

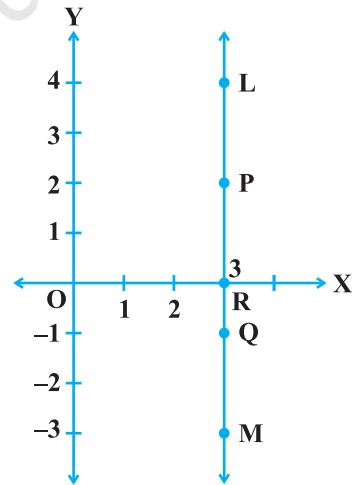
(-3, 5), (4, -1), (2, 0), (2, 2), (-3, -6)

8. निम्नलिखित बिंदुओं में से कौन-कौन से बिंदु y-अक्ष पर स्थित हैं?

A(1, 1), B(1, 0), C(0, 1), D(0, 0), E(0, -1), F(-1, 0), G(0, 5), H(-7, 0), I(3, 3).

9. निम्नलिखित सारणी से प्राप्त बिंदुओं (x, y) को आलेखित कीजिए। पैमाना 1 cm = 0.25 मात्रक लीजिए।

x	1.25	0.25	1.5	-1.75
y	-0.5	1	1.5	-0.25



आकृति 3.6

10. एक बिंदु x -अक्ष पर y -अक्ष से 7 मात्रक की दूरी पर स्थित है। उसके निर्देशांक क्या होंगे? यदि यह y -अक्ष पर x -अक्ष से -7 मात्रक की दूरी पर स्थित होगा तो निर्देशांक क्या होंगे?

11. उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जो

- (i) x और y दोनों अक्षों पर स्थित है
- (ii) जिसकी कोटि -4 है और जो y -अक्ष पर स्थित है
- (iii) जिसका भुज 5 है और जो x -अक्ष पर स्थित है

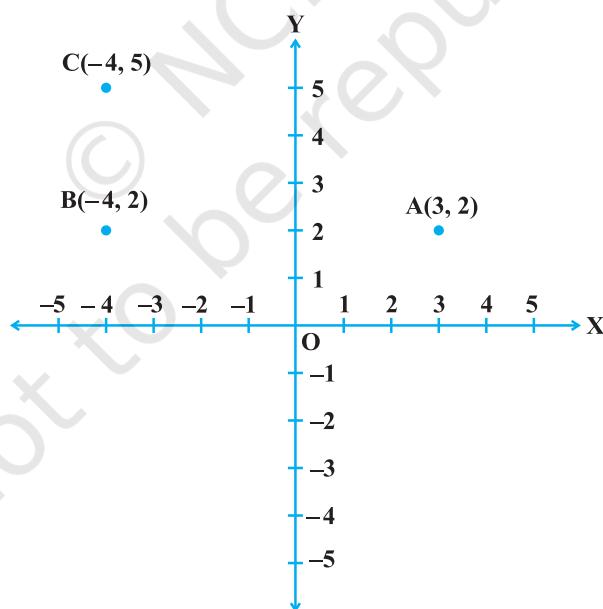
12. 0.5 cm को 1 मात्रक लेकर, आलेख कागज पर निम्नलिखित बिंदुओं को आलेखित कीजिए :

A (1, 3), B (-3, -1), C (1, -4), D (-2, 3), E (0, -8), F (1, 0)

(E) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

प्रतिदर्श प्रश्न 1 : एक आयत के तीन शीर्ष $(3, 2)$, $(-4, 2)$ और $(-4, 5)$ हैं। इन बिंदुओं को आलेखित कीजिए और फिर आयत के चौथे बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

हल : आयत के इन तीनों शीर्षों को A(3, 2), B(-4, 2) और C(-4, 5) के रूप में आलेखित कीजिए (देखिए आकृति 3.7)।



आकृति 3.7

हमें चौथे बिंदु D के निर्देशांक ज्ञात करने हैं, ताकि ABCD एक आयत हो।

क्योंकि एक आयत की सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं, अतः D का भुज A के भुज के बराबर, अर्थात् 3 होना चाहिए तथा D की कोटि C की कोटि के बराबर, अर्थात् 5 होनी चाहिए।

इसलिए, D के निर्देशांक (3, 5) हैं।

प्रश्नावली 3.4

1. बिंदु A (5, 3), B (-2, 3) और D (5, -4) एक वर्ग ABCD के तीन शीर्ष हैं। एक आलेख कागज पर इन बिंदुओं को आलेखित कीजिए और फिर शीर्ष C के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
2. उस आयत के शीर्षों के निर्देशांक लिखिए, जिसकी लंबाई और चौड़ाई क्रमशः 5 और 3 मात्रक हैं। एक शीर्ष मूलबिंदु पर स्थित है। लंबी भुजा x-अक्ष पर स्थित है तथा इनमें से एक शीर्ष तीसरे चतुर्थांश में स्थित है।
3. बिंदु P (1, 0), Q (4, 0) और S (1, 3) को आलेखित कीजिए। बिंदु R के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ताकि PQRS एक वर्ग हो।

4. आकृति 3.8 से, निम्नलिखित के उत्तर दीजिए :

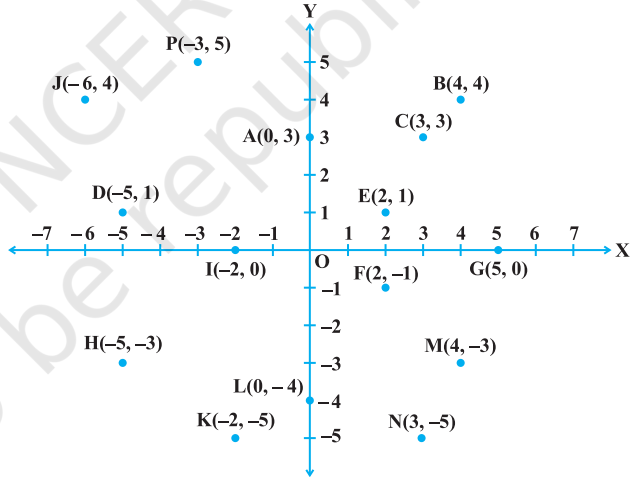
- (i) उन बिंदुओं को लिखिए, जिनका भुज 0 है।
- (ii) उन बिंदुओं को लिखिए, जिनकी कोटि 0 है।
- (iii) उन बिंदुओं को लिखिए, जिनका भुज -5 है।

5. बिंदु A (1, -1) और B (4, 5) को आलेखित कीजिए।

- (i) इन बिंदुओं को मिलाकर एक रेखाखंड खींचिए।

बिंदु A और B के बीच इस रेखाखंड पर स्थित बिंदु के निर्देशांक लिखिए।

- (ii) इस रेखाखंड को विस्तृत कीजिए तथा इस रेखा पर स्थित उस बिंदु के निर्देशांक लिखिए, जो इस रेखाखंड के बाहर है।



आकृति 3.8