

एकक 3

पूर्णांक

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

- संख्या, $0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \dots$ का संग्रह **पूर्णांक** कहलाता है।
- संख्या, $+1 + 2, +3, \dots$ **धनात्मक पूर्णांक** कहे जाते हैं।
- संख्या, $-1, -2, -3, \dots$ **ऋणात्मक पूर्णांक** कहे जाते हैं।
- संख्या, $0, +1, +2 + 3, \dots$ **ऋणेत्तर (non-negative) पूर्णांक** कहलाते हैं।
- पूर्णाकों को संख्या रेखा पर निम्नलिखित प्रकार से निरूपित किया जाता है।



आकृति 3.1

- सभी धनात्मक पूर्णांक संख्या रेखा पर 0 के दायीं ओर तथा सभी ऋणात्मक पूर्णांक 0 के बायीं ओर स्थित होते हैं।
- सभी ऋणेत्तर पूर्णांक पूर्ण संख्याएँ ही हैं और इसीलिए इन पर सभी संक्रियाएँ उसी प्रकार की जाती हैं जैसी कि पूर्ण संख्याओं में की जाती हैं।
- दो ऋणात्मक पूर्णाकों को जोड़ने के लिए, हम संगत धनात्मक पूर्णांक जोड़ते हैं तथा प्राप्त योग के साथ ऋणात्मक चिह्न लगा देते हैं।
- एक धनात्मक पूर्णांक और एक ऋणात्मक पूर्णांक को जोड़ने के लिए हम उनके चिह्नों पर बिना कोई ध्यान दिए, बड़े संख्यात्मक मान वाले पूर्णांक में से छोटे संख्यात्मक मान वाले पूर्णांक को घटाते हैं तथा प्राप्त परिणाम में बड़े संख्यात्मक मान वाले पूर्णांक का चिह्न लगा देते हैं।
- दो पूर्णांक जिनका योग शून्य हो एक-दूसरे के **योज्य प्रतिलाम** कहलाते हैं। ये एक-दूसरे के **ऋणात्मक** भी कहलाते हैं।

एकक 3

- किसी पूर्णांक का योज्य प्रतिलोम उस पूर्णांक का चिह्न बदल कर प्राप्त किया जाता है। उदाहरणार्थ, +5 का योज्य प्रतिलोम -5 है तथा -3 का योज्य प्रतिलोम +3 है।
- एक दिए हुए पूर्णांक में से किसी पूर्णांक को घटाने के लिए, हम दिए हुए पूर्णांक में उस पूर्णांक का योज्य प्रतिलोम जोड़ देते हैं।
- संख्या रेखा पर किन्हीं दो पूर्णांकों की तुलना करने के लिए हम संख्या रेखा पर उनकी स्थिति निर्धारित करते हैं तथा वह पूर्णांक जो दायीं ओर स्थित है वह बड़ा होता है।

(B) हल-उदाहरण

उदाहरण 1: दिए हुए चार विकल्पों में से सही उत्तर लिखिए –
सानिया और त्रापी सर्दियों में क्रमशः लेह और तावांग गये। सानिया ने बताया कि उसने रविवार का तापमान -4°C अनुभव किया, जबकि त्रापी ने बताया कि उसने उसी दिन तापमान -2°C अनुभव किया। उस रविवार
(A) लेह तावांग से ठंडा था।
(B) लेह तावांग से गर्म था।
(C) लेह उतना ही ठंडा था जितना कि तावांग।
(D) तावांग लेह से ठंडा था।

हल: सही उत्तर (A) है।

उदाहरण 2: बताइए कि निम्नलिखित में से प्रत्येक कथन सत्य है या असत्य –
(i) प्रत्येक धनात्मक पूर्णांक 0 से बड़ा होता है।
(ii) प्रत्येक पूर्णांक या तो धनात्मक होता है या फिर ऋणात्मक।

हल: (i) सत्य (ii) असत्य

उदाहरण 3: निम्नलिखित कथन को सत्य बनाने के लिए, रिक्त स्थानों पर $<$, $>$ या $=$ भरिए –

$$3 + (-2) \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 3 + (-3)$$

हल: $3 + (-2) > 3 + (-3)$

उदाहरण 4: उचित चिह्न के साथ पूर्णांकों का प्रयोग करते हुए निम्नलिखित को निरूपित कीजिए: (i) समुद्र तल से 3km ऊपर (ii) 500 रु की हानि

हल: (i) + 3 (ii) - 500

उदाहरण 5: पूर्णाकों के युग्मों के योग ज्ञात कीजिए:

- (i) $-6, -4$ (ii) $+3, -4$ (iii) $+4, -2$

हल: (i) -6 और -4 दोनों के ही ऋण चिह्न हैं।

$$\text{अतः, } -6 + (-4) = -(6 + 4) = -10$$

(ii) $+3$ और -4 के विपरीत चिह्न हैं।

$$\text{क्योंकि } 4 - 3 = 1 \text{ है, इसलिए } +3 + (-4) = -1 \text{ है।}$$

(iii) $+4$ और -2 के विपरीत चिह्न हैं।

$$\text{अतः, } +4 + (-2) = 4 - 2 = 2$$

उदाहरण 6: संख्या रेखा का प्रयोग करते हुए, -2 और -3 का योग ज्ञात कीजिए।

हल: -2 और -3 को जोड़ने के लिए, हम पहले संख्या रेखा पर 0 के बायीं ओर 2 पग चलते हैं और -2 पर पहुँचते हैं। फिर हम -2 के बायीं ओर 3 पग चलते हैं और -5 पर पहुँचते हैं। (आकृति 3.2)



आकृति 3.2

$$\text{इस प्रकार, } -2 + (-3) = -5$$

उदाहरण 7: घटाइए: (i) -4 में से 3 (ii) -4 में से -3

हल: (i) 3 का योज्य प्रतिलोम -3 है।

$$\text{अतः, } -4 - 3 = -4 + (-3) = -(4 + 3) = -7$$

(ii) -3 का योज्य प्रतिलोम $+3$ है।

$$\text{अतः, } -4 - (-3) = -4 + (+3) = -1$$

उदाहरण 8: संख्या रेखा का प्रयोग करते हुए घटाइए –

- (i) -3 में से 2 (ii) -3 में से -2

हल: (i) -3 में से 2 को घटाने के लिए हम संख्या रेखा पर -3 के बायीं ओर 2 पग चलते हैं और -5 पर पहुँचते हैं। (आकृति 3.3)

एकक 3



आकृति 3.3

अतः, $-3 - 2 = -5$ है।

(ii) -3 में से -2 को घटाने के लिए, हम देखते हैं कि -2 का योज्य प्रतिलोम 2 है।

अर्थात् हम संख्या रेखा पर -3 में 2 जोड़ते हैं और -1 पर पहुँचते हैं।

अतः, $-3 - (-2) = -3 + (+2) = -1$

उदाहरण 9: -9 और -2 के बीच में कितने पूर्णांक हैं?

हल: पूर्णांक $-8, -7, -6, -5, -4$ और -3 पूर्णांक -9 और -2 के बीच स्थित हैं।

अतः, -9 और -2 के बीच छः पूर्णांक हैं।

उदाहरण 10: परिकलित कीजिए –

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10$$

हल:

$$\begin{aligned} &1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10 \\ &= (1 + 3 + 5 + 7 + 9) - (2 + 4 + 6 + 8 + 10) \\ &= 25 - 30 \\ &= -5 \end{aligned}$$

वैकल्पिक रूप से, $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10$

$$\begin{aligned} &= (1 - 2) + (3 - 4) + (5 - 6) + (7 - 8) + (9 - 10) \\ &= (-1) + (-1) + (-1) + (-1) + (-1) \\ &= -5 \end{aligned}$$

उदाहरण 11: दो पूर्णाकों का योग 47 है। यदि इनमें से एक पूर्णांक -24 है, तो दूसरा पूर्णांक ज्ञात कीजिए।

हल: क्योंकि दोनों पूर्णाकों का योग 47 है, इसलिए दूसरा पूर्णांक 47 में से -24 घटाने पर प्राप्त होगा।

$$\begin{aligned} \text{अतः, वांछित पूर्णांक} &= 47 - (-24) \\ &= 47 + 24 \\ &= 71 \end{aligned}$$

उदाहरण 12: अंक 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, और 9 को इसी क्रम में लिखिए तथा इनके बीच में '+' या '-' इस तरह रखिए कि निम्नलिखित परिणाम प्राप्त हों:

(i) 5 (ii) - 3

हल: (i) $0 + 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 = 5$

(ii) $0 - 1 - 2 + 3 + 4 - 5 + 6 - 7 + 8 - 9 = -3$

उदाहरण 13: ऐसे पाँच विभिन्न पूर्णांक लिखिए जिनका योग 5 है।

हल: क्योंकि वांछित योग 5 है, अतः एक पूर्णांक 5 रखिए तथा पूर्णाकों के दो युग्म ऐसे लीजिए, जिनमें दोनों पूर्णांक एक-दूसरे के योज्य प्रतिलोम हों।

उदाहरणार्थ, $5 + [2 + (-2)] + [3 + (-3)] = 5$ है।

इस प्रकार, वांछित पाँच पूर्णांक हैं: 5, 2, -2, 3, -3, या 5, 3, -3, 6, -6, इत्यादि। इस प्रकार के अनेक पाँच पूर्णांक हो सकते हैं, जैसे कि 4, 2, 3, -3, -1 आदि।

(C) प्रश्नावली

प्रश्न 1 से 17 में दिए हुए चार विकल्पों में से केवल एक ही सही है। सही उत्तर चुनिये।

- 0 से छोटे प्रत्येक पूर्णांक का चिह्न होता है –
(A) + (B) - (C) $\times$ (D) $\div$
- संख्या रेखा पर 0 के दायीं ओर 5 इकाई की दूरी पर पूर्णांक है –
(A) + 5 (B) - 5 (C) + 4 (D) - 4
- पूर्णांक -1 का पूर्ववर्ती है –
(A) 0 (B) 2 (C) -2 (D) 1
- पूर्णाकों -1 और 1 के बीच पूर्णाकों की संख्या है –
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 0
- 5 और 5 के बीच स्थित पूर्ण संख्याओं की संख्या है –
(A) 10 (B) 3 (C) 4 (D) 5
- 10 और -15 के बीच स्थित सबसे बड़ा पूर्णांक है –
(A) -10 (B) -11 (C) -15 (D) -14

एकक 3

7. -10 और -15 के बीच स्थित सबसे छोटा पूर्णांक है –
(A) -10 (B) -11 (C) -15 (D) -14
8. संख्या रेखा पर, पूर्णांक 5 स्थित है –
(A) 0 के बायीं ओर (B) 0 के दायीं ओर
(C) 1 के बायीं ओर (D) -2 के बायीं ओर
9. पूर्णांकों के किस युग्म में, पहला पूर्णांक संख्या रेखा पर दूसरे पूर्णांक के बायीं ओर स्थित नहीं है?
(A) (-1, 10) (B) (-3, -5) (C) (-5, -3) (D) (-6, 0)
10. ऋणात्मक चिह्न (-) वाला पूर्णांक सदैव निम्नलिखित से छोटा होता है –
(A) 0 (B) -3 (C) -1 (D) -2
11. धनात्मक चिह्न (+) वाला पूर्णांक सदैव निम्नलिखित से बड़ा होता है –
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
12. -50 के पूर्ववर्ती का परवर्ती है
(A) -48 (B) -49 (C) -50 (D) -51
13. एक ऋणात्मक पूर्णांक का योज्य प्रतिलोम –
(A) सदैव ऋणात्मक होता है (B) सदैव धनात्मक होता है
(C) वही पूर्णांक होता है (D) शून्य होता है
14. अमूल्य और अमर कश्मीर में क्रमशः दो स्थानों A और B पर गये। उन्होंने एक विशेष दिन A पर -4°C और B पर 1°C न्यूनतम तापमान रिकॉर्ड किये। निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सत्य है?
(A) A, B से ठंडा है
(B) B, A से ठंडा है
(C) तापमानों में अंतर 2°C का है
(D) A का तापमान B के तापमान से 4°C अधिक है
15. जब एक ऋणात्मक पूर्णांक को एक अन्य ऋणात्मक पूर्णांक में से घटाते हैं, तो परिणाम का चिह्न –
(A) सदैव ऋणात्मक होता है
(B) सदैव धनात्मक होता है
(C) कभी ऋणात्मक नहीं होता
(D) पूर्णांकों के संख्यात्मक मानों पर निर्भर करता है

16. कथन 'जब एक पूर्णांक को स्वयं उसी में जोड़ते हैं, तो योग उस पूर्णांक से बड़ा होता है' –
 (A) सदैव सत्य होता है
 (B) कभी सत्य नहीं होता
 (C) केवल तभी सत्य होता है, जब वह पूर्णांक धनात्मक हो
 (D) ऋणेतर पूर्णांकों के लिए सत्य होता है
17. निम्नलिखित में से कौन तापमान में अधिकतम वृद्धि प्रदर्शित करता है?
 (A) 0°C से 10°C (B) -4°C से 8°C
 (C) -15°C से -8°C (D) -7°C से 0°C

प्रश्न 18 से 39 में बताइए कि कथन सत्य (T) हैं या असत्य (F)

18. सबसे छोटा पूर्णांक शून्य है।
 19. शून्य एक पूर्णांक नहीं है, क्योंकि यह न तो धनात्मक है और न ही ऋणात्मक।
 20. -5 और -1 के बीच स्थित सभी पूर्णांकों का योग -6 है।
 21. पूर्णांक 1 का परवर्ती 0 है।
 22. प्रत्येक धनात्मक पूर्णांक प्रत्येक ऋणात्मक पूर्णांक से बड़ा होता है।
 23. किन्हीं दो ऋणात्मक पूर्णांकों का योग दोनों पूर्णांकों से सदैव बड़ा होता है।
 24. किन्हीं दो ऋणात्मक पूर्णांकों का योग दोनों पूर्णांकों से सदैव छोटा होता है।
 25. किन्हीं दो धनात्मक पूर्णांकों का योग दोनों पूर्णांकों से सदैव बड़ा होता है।
 26. सभी पूर्ण संख्याएँ पूर्णांक हैं।
 27. सभी पूर्णांक पूर्ण संख्याएँ हैं।
 28. क्योंकि $5 > 3$ है, इसलिए $-5 > -3$ है।
 29. शून्य प्रत्येक धनात्मक पूर्णांक से छोटा है।
 30. शून्य प्रत्येक ऋणात्मक पूर्णांक से बड़ा है।
 31. शून्य न तो धनात्मक है और न ही ऋणात्मक।
 32. संख्या रेखा पर, एक दिए हुए पूर्णांक के दायीं ओर स्थित पूर्णांक सदैव उस पूर्णांक से बड़ा होता है।

एकक 3

33. संख्या रेखा पर, -2 , -5 के बायीं ओर स्थित है।
34. सबसे छोटा पूर्णांक 0 है।
35. 6 और -6 संख्या रेखा पर 0 से समान दूरी पर हैं।
36. एक पूर्णांक और उसके योज्य प्रतिलोम का अंतर सदैव सम होता है।
37. एक पूर्णांक और उसके योज्य प्रतिलोम का योग सदैव शून्य होता है।
38. दो ऋणात्मक पूर्णांकों का योग एक धनात्मक पूर्णांक होता है।
39. तीन भिन्न-भिन्न पूर्णांकों का योग कभी शून्य नहीं हो सकता।

प्रश्न 40 से 49 में, रिक्त स्थानों को भरिए ताकि प्रत्येक कथन सत्य हो जाए।

40. संख्या रेखा पर, -15 शून्य के _____ ओर है।
41. संख्या रेखा पर, 10 शून्य के _____ ओर है।
42. 14 का योज्य प्रतिलोम _____ है।
43. -1 का योज्य प्रतिलोम _____ है।
44. 0 का योज्य प्रतिलोम _____ है।
45. -5 और 5 के बीच पूर्णांकों की संख्या _____ है।
46. $(-11) + (-2) + (-1) =$ _____ है।
47. _____ $+ (-11) + 111 = 130$ है।
48. $(-80) + 0 + (-90) =$ _____ है।
49. _____ $- 3456 = -8910$ है।

प्रश्न 50 से 58 में, $<$, $=$ या $>$ का प्रयोग करते हुए, रिक्त स्थानों को भरिए।

50. $(-11) + (-15)$ _____ $11+15$
51. $(-71) + (+9)$ _____ $(-81) + (-9)$
52. 0 _____ 1
53. -60 _____ 50
54. -10 _____ -11
55. -101 _____ -102
56. $(-2) + (-5) + (-6)$ _____ $(-3) + (-4) + (-6)$
57. 0 _____ -2
58. $1 + 2 + 3$ _____ $(-1) + (-2) + (-3)$

59. स्तंभ I की वस्तुओं का स्तंभ II की वस्तुओं से सुमेलन कीजिए।

स्तम्भ I	स्तम्भ II
(i) + 2 का योज्य प्रतिलोम	(A) 0
(ii) सबसे बड़ा ऋणात्मक पूर्णांक	(B) - 2
(iii) सबसे बड़ा सम ऋणात्मक पूर्णांक	(C) 2
(iv) प्रत्येक ऋणात्मक पूर्णांक से बड़ा सबसे छोटा पूर्णांक	(D) 1
(v) - 1 के पूर्ववर्ती और परवर्ती का योग	(E) -1

60. निम्नलिखित में से प्रत्येक को अभिकलित कीजिए –

- | | |
|------------------------------|-------------------------|
| (i) $30 + (-25) + (-10)$ | (ii) $(-20) + (-5)$ |
| (iii) $70 + (-20) + (-30)$ | (iv) $-50 + (-60) + 50$ |
| (v) $1 + (-2) + (-3) + (-4)$ | (vi) $0 + (-5) + (-2)$ |
| (vii) $0 - (-6) - (+6)$ | (viii) $0 - 2 - (-2)$ |

61. यदि हम किसी स्थान की समुद्र तल से ऊपर की ऊँचाई को एक धनात्मक पूर्णांक से तथा समुद्र तल से नीचे की गहराई को एक ऋणात्मक पूर्णांक से व्यक्त करें, तो निम्नलिखित को उपयुक्त चिह्नों के साथ पूर्णाकों का प्रयोग करते हुए लिखिए।

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| (i) $30 + (-25) + (-10)$ | (ii) $(-20) + (-5)$ |
| (i) समुद्र तल से 200m ऊपर | (ii) समुद्र तल से 100m नीचे |
| (iii) समुद्र तल से 10m ऊपर | (iv) समुद्र तल |

62. निम्नलिखित में से प्रत्येक का विपरीत लिखिए –

- | | |
|--|-----------------|
| (a) आकार में कमी | (b) असफलता |
| (c) 10 रु का लाभ | (d) 1000 ई. |
| (e) जलस्तर में वृद्धि | (f) 60km दक्षिण |
| (g) गंगा नदी के खतरे के निशान से 10m ऊपर | |
| (h) ब्रह्मपुत्र नदी के खतरे के निशान से 20m नीचे | |
| (i) 2000 मतों के अंतर से जीतना | |
| (j) एक बैंक खाते में 100 रु जमा कराना | |
| (k) तापमान में 20°C की वृद्धि | |

एकक 3

63. किसी स्थान का दोपहर 12 बजे तापमान $+5^{\circ}\text{C}$ था। पहले घंटे में तापमान में 3°C की वृद्धि हुई और दूसरे घंटे में 1°C की कमी हुई। दोपहर 2 बजे तापमान क्या था?
64. अंक 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 को इसी क्रम में लिखिए तथा इनके बीच में '+' या '-' इस तरह रखिए कि परिणाम 3 प्राप्त हो।
65. वह पूर्णांक लिखिए जो स्वयं अपना योज्य प्रतिलोम है।
66. ऐसे छः भिन्न-भिन्न पूर्णांक लिखिए जिनका योग 7 है।
67. वह पूर्णांक लिखिए जो अपने योज्य प्रतिलोम 9 से 4 अधिक है।
68. वह पूर्णांक लिखिए जो अपने योज्य प्रतिलोम से 2 कम है।
69. दो पूर्णांक लिखिए जिनका योग उनमें से प्रत्येक से कम है।
70. दो भिन्न-भिन्न पूर्णांक लिखिए जिनका योग उनमें से एक पूर्णांक के बराबर हो।
71. संख्या रेखा का प्रयोग करते हुए, आप निम्नलिखित की तुलना किस प्रकार करते हैं?
- (i) दो ऋणात्मक पूर्णांक (ii) दो धनात्मक पूर्णांक
- (iii) एक धनात्मक और एक ऋणात्मक पूर्णांक
72. निम्नलिखित को देखिए –
 $1 + 2 - 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + 8 - 9 = -5$
एक '-' चिन्ह को एक '+' चिन्ह में बदलिए, ताकि योग 9 प्राप्त हो।
73. निम्नलिखित पूर्णाकों को आरोही क्रम में व्यवस्थित कीजिए –
 $-1, -0, -1, -4, -3, -6$
74. निम्नलिखित पूर्णाकों को अवरोही क्रम में व्यवस्थित कीजिए –
 $-1, -0, -1, -4, -3, -6$
75. ऐसे दो पूर्णांक लिखिए जिनका योग 6 है और अंतर भी 6 है।
76. -100 से छोटे परंतु -150 से बड़े पाँच पूर्णांक लिखिए।
77. पूर्णाकों के ऐसे चार युग्म लिखिए जो संख्या रेखा पर 2 से समान दूरी पर हैं।
78. दो पूर्णाकों का योग 30 है। यदि इनमें से एक पूर्णांक -42 है, तो दूसरा पूर्णांक ज्ञात कीजिए।
79. दो पूर्णाकों का योग -80 है। यदि इनमें से एक पूर्णांक -90 है, तो दूसरा पूर्णांक ज्ञात कीजिए।

80. यदि हम संख्या रेखा पर 8 पर हैं, तो निम्नलिखित पूर्णाकों तक पहुँचने के लिए हमें किस दिशा में चलना चाहिए।
 (i) -5 (ii) 11 (iii) 0
81. संख्या रेखा का प्रयोग करते हुए, वह पूर्णांक लिखिए जो
 (i) -5 से 4 अधिक है।
 (ii) 2 से 3 कम है।
 (iii) -2 से 2 कम है।
82. मान ज्ञात कीजिए –
 $49 - (-40) - (-3) + 69$
83. योग $[(-2100) + (-2001)]$ में से -5308 को घटाइए।

(D) क्रियाकलाप

- क्रियाकलाप 1:** दो पासों के फलकों पर क्रमशः +1, +2, +3, +4, +5, +6 तथा -1, -2, -3, -4, -5, -6 अंकित हैं।
 दो खिलाड़ी पासों के एक युग्म को बारी-बारी से फेंकते हैं तथा इन पर प्रत्येक बार आने वाली संख्याओं के योग को लिखते हैं और उनके द्वारा प्राप्त अंकों को पृथक् रूप से जोड़ते जाते हैं। वह खिलाड़ी जिसके अंक सर्वप्रथम 20 या 20 से अधिक हो जाते हैं खेल का विजेता होता है।
- पासों के इस युग्म को एक बार फेंकने पर संभव अंक क्या-क्या हो सकते हैं?
 - अधिकतम अंक क्या हैं?
 - न्यूनतम अंक क्या हैं?
 - एक खिलाड़ी द्वारा 20 अंक इस प्रकार प्राप्त किए गए।
 $(5) + (-4) + (6) + (2) + (+5) + (4) + (2)$
 क्या वह खेल का विजेता है?
 - खेल को जीतने के लिए, पासों के युग्मों को न्यूनतम कितनी बार फेंकना पड़ेगा?

एकक 3

क्रियाकलाप 2: ऐसे दो पासों के युग्म को लेकर क्रियाकलाप 1 को दोहराइए, जिन पर क्रमशः संख्याएँ $+1, -2, +3, -4, +5, -6$ और $-1, +2, -3, +4, -5, +6$ अंकित हों।

क्या आप जानते हैं?

- I. भारतीयों ने सर्वप्रथम ऋणात्मक संख्याओं का प्रयोग किया। ब्रह्मगुप्त ने 628 ई. में ऋणात्मक संख्याओं पर संक्रियाएँ करने के नियम प्रदान किए। 16वीं और 17वीं शताब्दियों के यूरोप के गणितज्ञों ने ऋणात्मक संख्याओं के विचार को स्वीकार नहीं किया तथा इन्हें बेतुका और झूठा कहा। जॉन वॉलिस का विश्वास था कि ऋणात्मक संख्याएँ अनंत से बड़ी थीं।
- II. वैज्ञानिक विश्वास करते हैं कि प्राप्त किए जा सकने वाला न्यूनतम तापमान लगभग -273°C है। इस तापमान पर, किसी वस्तु के अणुओं और परमाणुओं में न्यूनतम संभव ऊर्जा होती है।