باب 13

نظریہ تحرک
(KINETIC THEORY)

5168CH13

13.1 تعارف
13.2 مادہ کی مالیکیولیائی طبع
13.3 گیسوں کا برتاؤ
13.4 ایک کامل گیس کا نظریہ تحرک
13.5 توانائی کی تقسیم کا قانون
13.6 نوعی حرارت کی گنجائش
13.7 وسط آزاد فاصلہ
خلاصہ
قابلِ غور نکات
مشق
اضافی مشق

13.1 تعارف (INTRODUCTION)

بوائل نے 1661 میں وہ قانون دریافت کیا، جوان کے اعزاز میں بوائل کا قانون کہلاتا ہے۔ بوائل، نیوٹن اور بہت سے دوسرے سائنس دانوں نے گیسوں کے برتاؤ کی وضاحت یہ مانتے ہوئے کرنے کی کوشش کی کہ گیسیں بہت چھوٹے ایٹمی ذراتوں سے بنی ہوئی ہیں۔ اصل ایٹمی نظریہ 150 برس کے بھی بعد قائم ہوا۔ نظریہ تحرک گیسوں کے برتاؤ کی وضاحت اس تصور کی بنیاد پر کرتا ہے کہ گیسیں تیز رفتار سے حرکت کرتے ہوئے ایٹموں یا مالیکیولوں پر مشتمل ہیں۔ یہ اس لیے ممکن ہے، کیونکہ بین ایٹمی قوتیں، جو مختصر سعت قوتیں ہیں، ٹھوس اور رقیق اشیا کے لیے تو اہمیت رکھتی ہیں، لیکن گیسوں کے لیے نظر انداز کی جا سکتی ہیں۔ نظریہ تحرک کو انیسویں صدی میں میکسویل، بولٹز مین اور دوسرے سائنس دانوں کے ذریعے پختگی حاصل ہوئی۔ اسے نمایاں کامیابی حاصل ہوئی۔ یہ ایک گیس کے دباؤ اور درجۂ حرارت کی مالیکیولیائی توضیح کرتا ہے اور گیس کے قوانین اور ایوا گیڈرو کے مفروضہ سے ہم آہنگ ہے۔ یہ بہت سی گیسوں کی نوعی حرارت کی گنجائشوں کی درست وضاحت کرتا ہے، یہ گیسوں کی قابل پیمائش خاصیتوں، جیسے لزوجت، ایصال، نفوذ اور مالیکیولیائی پیرا میٹروں میں رشتہ دیتا ہے، جس کے ذریعے مالیکیولیائی ناپوں اور کمیتوں کا تخمینہ لگایا جا سکتا ہے۔ یہ باب نظریہ تحرک کا ایک تعارف پیش کرتا ہے۔

13.2 مادہ کی مالیکیولیائی طبع
(MOLECULAR NATURE OF MATTER)

رچرڈ فائن مین (Richard Feynman) (بیسویں صدی کے ایک عظیم سائنسداں) کے خیال کے مطابق، یہ دریافت کہ کیا ''مادہ ایٹموں سے بنا ہے'' بہت اہمیت کی حامل ہے۔ اگر ہم ہوش سے کام نہیں لیتے تو انسانیت فنا ہو سکتی تھی (نیوکلیائی تباہی کی وجہ سے) یا نا پید ہو سکتی تھی (ماحولیاتی حادثات کی وجہ سے)۔ اگر

© NCERT not to be republished

قدیم ہندوستان اور یونان میں ایٹمی مفروضہ

حالانکہ جدید سائنس میں ایٹمی نظریہ شامل کرنے کا سہرا جون ڈالٹن کے سر باندھا جاتا ہے، قدیم ہندوستان اور یونان کے عالموں نے اس سے کہیں پہلے ایٹموں اور مالیکیولوں کی موجودگی کا اندازہ کرلیا تھا۔ کناڈا(Kanada) کے ذریعے (600ق۔م۔) ہندوستان میں قائم کیے گئے ویسے شکھا (Vaise shika) مسلک میں ایٹمی تصویر کو قابل لحاظ تفصیل کے ساتھ پیش کیا گیا۔ ایٹموں کو ہمیشہ قائم رہنے والا، نا قابل تقسیم لامتناہی خفیف اور مادے کا اختتامی جز تصور کیا گیا۔ یہ توضیح پیش کی گئی کہ اگر مادے کو مستقل تقسیم در تقسیم کرتے جانا ممکن ہو تو ایک سرسوں کے بیج اور پہاڑ میں کوئی فرق نہیں رہے گا۔ پرامانو (خفیف ترین زرے کے لیے سنسکرت کا لفظ) کی چار قسمیں فرض کی گئیں: بھومی (زمین) اپ (پانی) تیجاس (آگ) اور وایو (ہوا)، ان کی مخصوص کمیتیں اور دوسرے اوصاف بھی تجویز کیے گئے۔ آکاش (فضا) کو مانا گیا کہ اس کی کوئی ایٹمی ساخت نہیں ہے اور یہ لگاتار اور غیر عامل (Inert) ہے۔ ایٹم مل کر مختلف مالیکیول بناتے ہیں (مثلاً، دو ایٹم مل کر دو ایٹمی مالیکیول، دویانو کا، بناتے ہیں، تین ایٹم سہ ایٹمی مالیکیول، تریانو کا تشکیل دیتے ہیں، جن کی خاصیتیں، ان کے اجزائے ترکیبی ایٹموں کی طبع اور آپسی نسبت کے تابع ہیں۔ ایٹم کے ناپ کا تخمینہ بھی لگایا گیا، شاید اندازے سے یا دوسرے طریقوں سے جن کے بارے میں ہم نہیں جانتے۔ یہ تخمینے ایک دوسرے سے مختلف ہیں۔ للت وستارا بدھ کی سوانح عمری جو دوسری صدی (ق۔م۔) میں لکھی گئی، میں دیا گیا تخمینہ، ایٹمی سائز کے جدید تخمینہ کے کافی نزدیک ہے، 10^{-10} m کے درجے کا ہے۔

قدیم یونان میں، ڈیموکریٹس (چوتھی صدی ق۔م۔) اپنے ایٹمی مفروضہ کے لیے سب سے زیادہ مشہور ہیں۔ یونانی زبان میں لفظ ایٹم کا مطلب ہے نا قابلِ تقسیم۔ ان کے مطابق ایٹم ایک دوسرے سے طبعی اعتبار سے مختلف ہوتے ہیں، جیسے شکل میں، سائز میں اور دوسری خاصیتوں میں اور اسی لیے مختلف ایٹموں سے مل کر بنی ہوئی مادی اشیا کی خاصیتیں مختلف ہوتی ہیں۔ پانی کے ایٹموں کو ہموار اور گول اور ایک دوسرے کے ساتھ پھنس جانے والا مانا گیا اور یہ سمجھا گیا کہ اسی وجہ سے رقیق یا پانی سہولت کے ساتھ بہتے ہیں۔ مٹی کے ایٹموں کو کھردرا، کٹا پھٹا مانا گیا اور یہ سمجھا گیا کہ وہ ایک دوسرے کے ساتھ پھنسے ہوئے ہوتے ہیں اور سخت اشیا بناتے ہیں۔ آگ کے ایٹموں کو کانٹے دار مانا گیا اور سمجھا گیا کہ آگ سے زخم ہو جاتے ہیں۔ یہ مسحور کن تصورات اپنے انوکھے پن کے باوجود زیادہ ترقی نہیں کر سکے۔ شاید اس لیے کہ یہ اندازے اور قیاس تھے اور مقداری تجربات۔ جدید سائنس کا امتیاز۔ کے ذریعے ان کی جانچ اور ترمیم نہیں ہوئی تھی۔

© NCERT not to be republished

ایسا ہوتا اور تمام سائنسی معلومات ضائع ہو جاتیں تو فائن مین چاہیں گے کہ کائنات میں جہاں جو بھی مخلوق ہو اس نئی نسل تک ایٹمی مفروضہ ضرور پہنچ جائے۔ ایٹمی مفروضہ: تمام چیزیں ایٹموں سے بنی ہوتی ہیں۔ چھوٹے ذرات جو دوامی حرکت میں ارگرد گھومتے ہیں، جب ایک دوسرے سے ذرا فاصلہ پر ہوتے ہیں تو ایک دوسرے کو کشش کرتے ہیں، لیکن ایک دوسرے کے بہت نزدیک لائے جائیں تو دفع کرتے ہیں۔

یہ قیاس کہ ہوسکتا ہے کہ مادہ لگاتار نہ ہو، کئی مقامات پر اور تہذیبوں میں پایا جاتا رہا ہے۔ ہندوستان میں کناڈا(Kanada) اور یونان میں ڈیموکریٹس نے تجویز کیا تھا کہ مادہ، نا قابل تقسیم ذرات پر مشتمل ہوسکتا ہے۔ سائنسی ایٹمی نظریہ پیش کرنے کا اعزاز عام طور سے جون ڈالٹن کو دیا جاتا ہے۔ انہوں نے مستقل تناسب اور ضعفی تناسبوں کے قوانین، جن کی پابندی عناصر، آپس میں مل کر مرکب بناتے ہوئے کرتے ہیں، کی وضاحت کرنے کے لیے ایٹمی نظریہ پیش کیا۔ پہلے قانون (مستقل تناسب کا قانون (Law of constant proportion) کا بیان ہے کہ کسی بھی دیے ہوئے مرکب (Compound) میں اس کے اجزائے ترکیبی (Constituents) کا کمیت کے لحاظ سے معین تناسب ہوتا ہے۔ دوسرے قانون، (ضعفی تناسبوں کا کلیہ (Law of multiple proportions) کا بیان ہے کہ جب دو عناصر، ایک سے زیادہ مرکب بناتے ہیں ایک عنصر کی ایک معین کمیت کے لیے، دوسرے عنصر کی کمیتیں چھوٹے صحیح اعداد (integers) کی نسبت میں ہوتی ہیں۔

ان قوانین کی وضاحت کرنے کے لیے، ڈالٹن نے 200 سال پہلے، تجویز کیا کہ ایک عنصر (Element) کے سب سے چھوٹے اجزائے ترکیبی ایٹم ہیں۔ ایک ہی عنصر کے ایٹم متماثل (Identical) ہوتے ہیں، لیکن دوسرے عنصر کے ایٹموں سے مختلف ہوتے ہیں۔ ہر عنصر کے ایٹموں کی ایک چھوٹی تعداد متحد ہو کر ایک مرکب کا مالیکیول بناتی ہے۔ انیسویں صدی کے

اوائل میں پیش کیے گیے، گے لیوسک (Gay Lussac) کے قانون کا بیان ہے: جب گیسیں کیمیائی طور پر متحد ہوکر دوسری گیس تشکیل دیتی ہیں تو ان کے حجم چھوٹے صحیح اعداد کی نسبت میں ہوتے ہیں۔ ایوگیڈرو (Avogadro) کا قانون (یا مفروضہ) کہتا ہے: تمام گیسوں کے مساوی حجم میں، یکساں درجۂ حرارت اور دباؤ پر، مالیکیولوں کی تعداد یکساں ہوتی ہے۔ ایوگیڈرو کا قانون اور ڈالٹن ایٹمی نظریہ مل کر گے لیوسک کے قانون کی وضاحت کر دیتے ہیں۔ کیونکہ عناصر اکثر مالیکیولوں کی شکل میں ہوتے ہیں۔ ڈالٹن کے ایٹمی نظریہ کو مادے کا مالیکولیائی نظریہ بھی کہا جاتا ہے۔ گوکہ انیسویں صدی کے آخر تک بھی کئی مشہور سائنسداں ایٹمی نظریے میں یقین نہیں رکھتے تھے۔

موجودہ دور میں بہت سے مشاہدات کے ذریعے ہم اب جانتے ہیں کہ مالیکیول (ایک یا زیادہ ایٹموں سے بنے ہوئے) مادہ تشکیل کرتے ہیں۔ الیکٹران خوردبین اور معائنہ سرنگائی خوردبین (Scanning tunnelingmicroscope) کے ذریعے اب ہم مالیکیول کو دیکھ بھی سکتے ہیں۔ ایک ایٹم کا سائز اینگسٹرام (Angstrom) $(10^{-10}\,m)$ کے قریب ہوتا ہے۔ ٹھوس اشیا میں، ایٹم جو بہت مضبوطی سے بندھے ہوتے ہیں، ان ایٹموں کا درمیانی فاصلہ چند اینگسٹرام (2 A) ہوتا ہے۔ رقیق اشیا میں بھی ایٹموں کے درمیان فاصلہ تقریباً اتنا ہی ہوتا ہے۔ گیسوں میں بین ایٹمی فاصلے (Interatomic distances) اینگسٹرام کی دہائیوں میں ہوتے ہیں۔ وہ اوسط فاصلہ جو ایک مالیکیول بغیر تصادم (ٹکر) کیے طے کرسکتا ہے: **وسط آزاد فیصلہ (Mean free path)** کہلاتا ہے۔ گیسوں میں وسط آزاد فاصلے، اینگسٹرام کے ہزار کے درجے کے ہوتے ہیں۔ ایٹم گیسوں میں مقابلتاً بہت آزاد ہوتے ہیں اور بنا تصادم کیے لمبے فاصلے طے کر سکتے ہیں۔ اگر گیسیں برتن میں بند نہ ہوں تو وہ فضا میں پھیل جاتی ہیں۔ ٹھوس اور رقیق اشیا میں ایٹموں کی نزدیکی، بین ایٹمی قوتوں کو اہم بنا دیتی ہے۔ یہ قوت لمبی سعت (Long range) پر کشش اور مختصر سعت (Shortrange) پر دفاع کرتی ہے۔ ایٹم جب تک ایک دوسرے سے کچھ اینگسٹرام کے فاصلے پر ہوتے ہیں، ایک دوسرے کو کشش کرتے ہیں، لیکن اس سے نزدیک آنے پر ایک دوسرے کا دفاع کرتے ہیں۔ گیس کی ظاہری سکونی حالت گمراہ کن ہے۔ گیس سرگرمیوں سے بھرپور ہوتی ہے اور اس کا توازن حرکی ہے۔ اس حرکی توازن (Dynamic Equilibrium) میں مالیکیول ایک دوسرے کے ساتھ تصادم کرتے ہیں، اور تصادم کے دوران ان کی رفتاریں تبدیل ہو جاتی ہیں۔ صرف اوسط خاصیتیں ہی مستقلہ ہوتی ہیں۔

ایٹمی نظریہ ہماری جستجو کی منزل نہیں ہے بلکہ شروعات ہے۔ ہم اب جانتے ہیں کہ ایٹم ناقابل تقسیم یا بنیادی نہیں ہیں۔ یہ ایک نیوکلیس اور الیکٹران پر مشتمل ہوتے ہیں۔ نیوکلیس خود پروٹانوں اور نیوٹرانوں سے مل کر بنا ہے۔ پروٹان اور نیوٹران بھی کوارک (quark) کے بنے ہوئے ہیں۔ ہوسکتا ہے کہ کوارک بھی کہانی کا خاتمہ نہ ہوں۔ ہوسکتا ہے ڈور (String) جیسی بنیادی اشیاء ہوں۔ فطرت ہمیں ہمیشہ متحیر کرتی رہتی ہے لیکن حقیقت کی جستجو اکثر قابل لطف اور دریافتیں حسین ہوتی ہیں۔ اس باب میں ہم اپنے آپ کو گیسوں کا برتاؤ سمجھنے تک محدود رکھیں گے (اور تھوڑا سا ٹھوس اشیا کا بھی)۔ گیسوں کو حرکت کرتے ہوئے مالیکیولوں کا مجموعہ سمجھا جاسکتا ہے، جو لگاتار حرکت میں ہے۔

13.3 گیسوں کا برتاؤ (BEHAVIOUR OF GASES)

گیسوں کی خاصیتوں کو سمجھنا، ٹھوس اور رقیق اشیا کی خاصیتوں کے سمجھنے کے مقابلے میں آسان ہے۔ اس کی اصل وجہ یہ ہے کہ گیسوں میں مالیکیول ایک دوسرے سے دور ہوتے ہیں اور ان کے آپسی باہم عمل قابل نظر انداز ہیں، سوائے اس کے کہ جب دو مالیکیول تصادم کرتے ہیں۔ گیسیں کم دباؤ اور زیادہ درجۂ حرارت، اس سے کہیں زیادہ جس پر وہ رقیق میں (یا ٹھوس میں) تبدیل ہوتی ہیں پر، اپنے دباؤ، درجۂ حرارت اور حجم کے مابین ایک سادہ رشتے کو تقریبی طور پر مطمئن کرتی ہیں، (دیکھیے باب 11)، یہ رشتہ ہے۔

$$PV = KT \quad \text{(گیس کے دیے ہوئے نمونے کے لیے)} \quad (13.1)$$

جہاں T، کیل وِن (یا مطلق) پیمانے پر گیس کا درجۂ حرارت ہے، K دیے ہوئے نمونے کے لیے ایک مستقلہ ہے، لیکن گیس کے حجم کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔ اب اگر ہم ایٹموں اور مالیکیول کے تصور کی مدد لیں، تو K متناسب

© NCERT not to be republished

ہے، نمونے میں مالیکیولوں کی تعداد (فرض کیا) N کے۔ ہم لکھ سکتے ہیں :
K=Nk، مشاہدات سے معلوم ہوا کہ K تمام گیسوں کے لیے یکساں ہے۔ یہ بولٹزمین مستقلہ کہلاتا ہے اور k_B سے ظاہر کیا جاتا ہے:

$$\frac{P_1V_1}{N_1T_1} = \frac{P_2V_2}{N_2T_2} = \text{مستقلہ} = k_B \qquad (13.2)$$

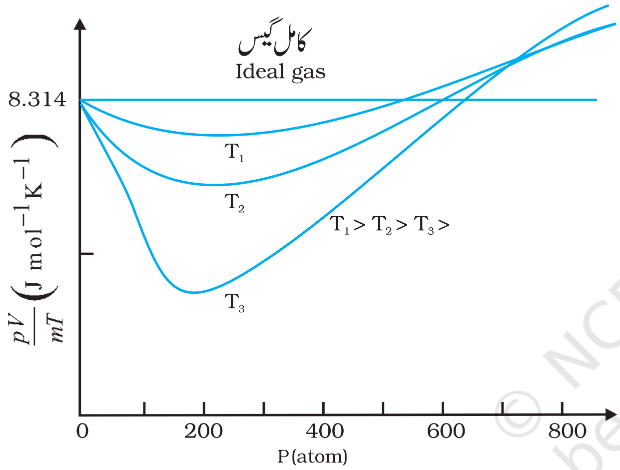
اگر P, V اور T یکساں ہیں تو، N بھی تمام گیسوں کے لیے یکساں ہوگا۔ یہ ایوگیڈرو کا مفروضہ ہے کہ مالیکیولوں کی تعداد فی اکائی حجم، معین دباؤ اور درجۂ حرارت پر، تمام گیسوں کے لے یکساں ہے۔ کسی بھی گیس کے 22.4 لیٹر میں مالیکیولوں کی یہ تعداد 6.02×10^{23} ہے۔ اسے ایوگیڈرو عدد کہتے ہیں اور N_A سے ظاہر کرتے ہیں۔ کسی بھی گیس کے 22.4 لیٹر کی کمیت، S.T.P. (معیاری درجۂ حرارت 273K اور دباؤ 1 atm) پر گرام میں دیے ہوئے اس کے مالیکیولائی وزن کے مساوی ہوتی ہے ایک شے کی یہ مقدار 1 مول کہلاتی ہے (زیادہ درست تعریف کے لے باب 2 دیکھیے)۔ ایوگیڈرو نے کیمیائی تعاملات سے گیسوں کے مساوی حجموں میں ایک معین دباؤ اور درجۂ حرارت پر، تعداد کی مساوات کا اندازہ لگایا تھا۔ نظریہ تحرک اس مفروضہ کو بھی ثابت کرتا ہے۔

$$PV = \mu RT \qquad (13.3)$$

جہاں μ مولوں (moles) کی تعداد ہے اور $R = N_A k_B$ ایک عالمی مستقلہ ہے۔ درجۂ حرارت 'T'، مطلق درجۂ حرارت ہے۔ مطلق درجۂ حرارت کے لیے کیلون پیمانہ منتخب کرنے پر، $R = 8.314\ \text{J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$
یہاں

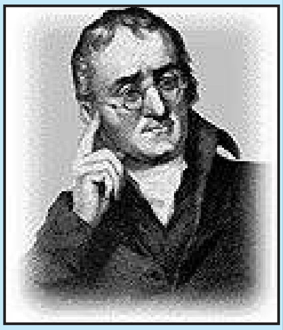
$$\mu = \frac{M}{M_0} = \frac{N}{N_A} \qquad (13.4)$$

جہاں M گیس کی کمیت ہے اور N مالیکیول کی تعداد ہے، M_0 مولی کمیت ہے، اور N_A ایوو گیڈرو عدد ہے۔ مساوات (13.4) استعمال کرنے پر (13.3) لکھی جاسکتی ہے:



شکل 13.1: حقیقی گیسیں، کم دباؤ اورزیادہ درجۂ حرارت پر کامل گیس برتاؤ کے نزدیک پہنچتی ہیں۔

© NCERT not to be republished



جون ڈالٹن (John Dalton) (1766-1844)

یہ ایک انگریز کیمیا داں تھے۔ جب مختلف قسم کے ایٹم متحد ہوتے ہیں، تو وہ کچھ سادہ قوانین کی پابندی کرتے ہیں۔ ڈالٹن کا ایٹمی نظریہ ان قوانین کی سادہ انداز میں وضاحت کرتا ہے۔ انہوں نے رنگ کوری (Colour blindness) کا بھی ایک نظریہ پیش کیا۔

امی ڈیوایوو گیڈرو (Amedeo Avogadro) (1776-1856)

انہوں نے ایک شاندار اندازہ لگایا کہ گیسوں کے مساوی حجموں میں، یکساں درجۂ حرارت اور دباؤ پر، مالیکیولوں کی تعداد مساوی ہوتی ہے۔ اس کی مدد سے مختلف گیسوں کے اتحاد کو سمجھنا بہت آسان ہوگیا۔ اب یہ ایوگیڈرو کا قانون (یا مفروضہ) کہلاتا ہے۔ انہوں نے یہ بھی تجویز کیا کہ ہائیڈروجن، آکسیجن اور نائٹروجن جیسی گیسوں کے سب سے چھوٹے اجزائے ترکیبی ایٹم نہیں بلکہ دوایٹمی مالیکیول ہیں۔

$$PV = k_B\, NT$$

یا

$$P = k_B\, nT$$

جہاں n عددی کثافت (number density) ہے یعنی کہ، مالیکیول کی تعداد فی اکائی حجم۔ k_B بولٹز مین کا مستقلہ ہے۔ SI اکائیوں میں اس کی قدر $1.38 \times 10^{-23}\ J\ K^{-1}$ ہے۔

مساوات (13.3) کی ایک اور کار آمد شکل ہے:

$$P = \frac{\rho RT}{M_0} \qquad (13.5)$$

جہاں ρ گیس کی کمیت کثافت ہے۔

ایک ایسی گیس جو مساوات (13.3) کو بالکل درست طور پر، درجۂ حرارت اور دباؤ کی تمام قدروں کے لیے، مطمئن کرتی ہے، اس کی تعریف بہ طور مثالی گیس (ideal gas) یا کامل گیس (Perfect gas) کی جاتی ہے۔ ایک کامل گیس، ایک گیس کا سادہ نظریاتی ماڈل ہے۔ کوئی حقیقی گیس بھی مکمل طور پر کامل نہیں ہوتی۔ شکل (13.1) میں، درجۂ حرارت کی تین مختلف قدروں پر ایک حقیقی گیس کا کامل گیس برتاؤ سے انحراف دکھایا گیا ہے۔ نوٹ کریں کہ تمام منحنی، کم دباؤ اور زیادہ درجۂ حرارت پر کامل گیس برتاؤ کے نزدیک ہو جاتے ہیں۔

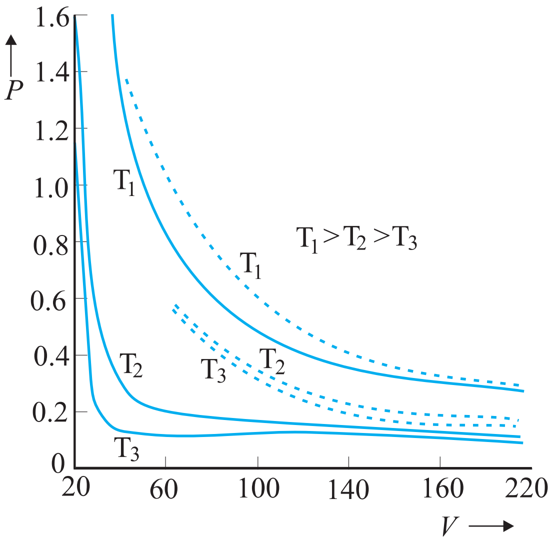
کم دباؤ یا زیادہ درجۂ حرارت پر مالیکیول ایک دوسرے سے بہت دور ہوتے ہیں اور مالیکیولیائی باہم عمل (Molecular Interactions) قابل نظر انداز ہوتے ہیں۔ باہم عمل کے بغیر، گیس ایک کامل گیس کی طرح برتاؤ کرتی ہے۔

اگر ہم مساوات (13.3) میں μ اور T کو معین کر دیں، تو ہمیں حاصل ہوتا ہے:

PV = مستقلہ (13.6)

یعنی کہ، درجۂ حرارت کو مستقلہ رکھتے ہوئے، ایک گیس کی دی ہوئی کمیت کا دباؤ اس کے حجم کے مقلوب متناسب ہے۔ یہی مشہور ''بوائل کا قانون'' ہے۔ شکل (13.2) میں تجربہ کے ذریعے حاصل ہوئے P-V منحنی اور بوائل کے قانون کے ذریعے پیشین گوئی کیے گئے نظری منحنی کا مقابلہ دکھایا گیا ہے۔ ایک بار پھر آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اونچے درجۂ حرارت اور کم دباؤ پر اچھی ہم آہنگی (agreement) ہے۔ اس کے بعد، اب اگر آپ p متعین کر دیں تو مساوات (13.1) ظاہر کرتی ہے کہ:

$V \propto T$ یعنی کہ متعین دباؤ کے لیے، ایک گیس کا حجم اس کے مطلق درجۂ حرارت T کے راست متناسب ہے۔ (چارلس کا قانون) دیکھیے شکل (13.3)۔



شکل 13.2: بھاپ کے لئے، درجۂ حرارت کی تین مختلف قدروں پر، تجربہ سے حاصل ہوئے P-V منحنی (ٹھوس خطوط) کا بوائل کے قانون سے (نقطہ دار خطوط) مقابلہ [p، 22atm کی اکائی میں اور V، 0.09 لیٹر کی اکائی میں]

آخر میں، باہم عمل نہ کرنے والی، کامل گیسوں کا آمیزہ تصور کیجیے: گیس 1 کے μ_1 مول، گیس 2 کے μ_2 مول، وغیرہ۔ حجم V کے ایک برتن میں درجۂ حرارت T اور دباؤ P پر، یہ پتہ چلتا ہے کہ آمیزہ کی حالت کی مساوات ہے:

$$PV = (\mu_1 + \mu_2 + \ldots)\, RT \qquad (13.7)$$

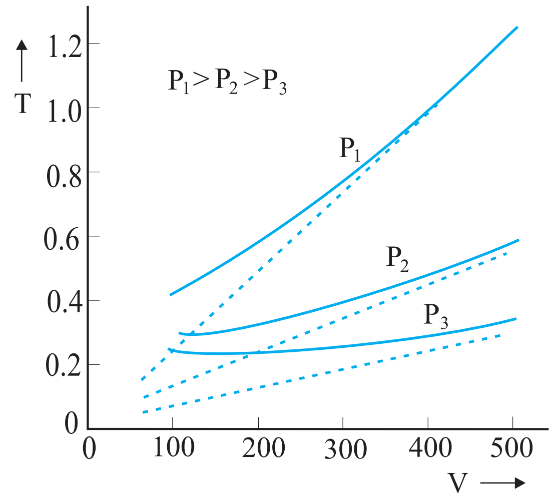
یعنی

$$P = \mu_1 \frac{RT}{V} + \mu_2 \frac{RT}{V} + \ldots \qquad (13.8)$$

$$= P_1 + P_2 + \qquad (13.9)$$

واضح ہے کہ، $P_1 = \mu_1\, R\, T/V$ وہ دباؤ ہے جو گیس 1، حجم اور درجۂ حرارت کی یکساں شرائط کے ساتھ لگائے گی اگر کوئی دوسری گیس موجود نہ ہو۔ یہ گیس کا جزوی دباؤ (Partial Pressures) کہلاتا ہے۔ اس لیے، کامل گیسوں کے ایک آمیزہ کا کل دباؤ، جزوی دباؤ کی قدروں کا حاصل جمع ہے۔ یہ ڈالٹن کا جزوی قدروں کا قانون ہے۔

© NCERT not to be republished



شکل 13.3: CO_2 کے لیے دباؤ کی تین مختلف قدروں پر، تجربہ سے حاصل ہوئے **T-V** منحنی (ٹھوس خطوط) کا چارلس کے قانون سے مقابلہ (نقطہ دار خطوط)۔ (**T** کی **300K** اور **V** کی **0.13** لیٹر کی اکائیوں میں)

ہم اب کچھ ایسی مثالیں لیتے ہیں جو ہمیں مالیکیولوں کے ذریعے گھیرے گئے جسم اور ایک واحد مالیکیول کے حجم کے بارے میں معلومات فراہم کریں گی۔

مثال 13.1: پانی کی کثافت $1000\ kg\ m^{-3}$ ہے۔ 100°C اور 1atm دباؤ پر پانی کے ابخرات کی کثافت $0.6\ kg\ m^{-3}$ ہے۔ ایک مالیکیول کا حجم اور مالیکیول کی کل تعداد کا حاصل ضرب مالیکیول حجم کہلاتا ہے۔ اوپر دی ہوئی درجۂ حرارت اور دباؤ کی شرائط کے ساتھ، مالیکیولیائی حجم کی پانی کے ابخرات کے ذریعے گھیرے گئے حجم سے نسبت (یا کسر) معلوم کیجیے۔

جواب: پانی کے مالیکیول کی، ایک دی ہوئی کمیت کے لئے، اگر حجم زیادہ ہوگا تو کثافت کم ہوگی۔ اس لیے ابخرات کا حجم $1000/0.06 = 1/6\times10^{-4}$ گنا زیادہ ہے۔ اگر پانی کی پوری جسامت (Bulk) اور پانی کے مالیکیول کی کثافتیں یکساں ہوں تو مالیکیولیائی حجم کی، رقیق حالت میں کل حجم سے کسر 1 ہوگی۔ کیونکہ ابخراتی حالت میں حجم بڑھ گیا ہے، اس لیے کسری حجم یکساں مقدار سے کم ہوگا۔ یعنی 6×10^{-4} ۔ ▶

مثال 13.2: مثال 13.1 میں دیے ہوئے آنکڑوں کو استعمال کر کے، پانی کے ایک مالیکیول کے حجم کا تخمینہ لگائیے۔

جواب: رقیق (یا ٹھوس) ہیئت میں پانی کے مالیکیول بہت نزدیک ہوتے ہیں۔ اس لیے، پانی کے مالیکیول کی کثافت پانی کی جسامت کی کثافت کے تقریباً برابر ہوگی، یعنی کہ: $1000 kg\ m^{-3}$ پانی کے ایک واحد مالیکیول کے حجم کا تخمینہ لگانے کے لیے، ہمیں پانی کے ایک واحد مالیکیول کی کمیت معلوم ہونی چاہیے۔ ہم جانتے ہیں کہ پانی کے ایک مول کی کمیت تقریباً برابر ہے:

$$(2+16) = 18g = 0.018kg.$$

کیونکہ 1 مول میں تقریباً 6×10^{23} مالیکیول ہوتے ہیں (ایوو گیڈرو عدد)، پانی کے ایک مالیکیول کی کمیت ہے: $kg = 3\times10^{-26}\ kg$ $(0.018)/(6\times10^{23})$ ، اس لیے پانی کے ایک مالیکیول کا ایک موٹا تخمینہ مندرجہ ذیل ہے:

پانی کے ایک مالیکیول کا حجم

$$= (3\times10^{-26}\ kg)/(1000\ kg\ m^{-3})$$

$$= 3\times10^{-29}\ m^3$$

$$= (4/3)\ \pi\ (\text{نصف قطر})^3$$

اس لیے

$$\text{نصف قطر} \approx 2\times10^{-10} m = 2Å$$ ▶

مثال 13.3: پانی میں ایٹموں کے درمیان اوسط فاصلہ (بین ایٹمی فاصلہ) کیا ہے؟ مثال (13.1) اور (13.2) میں دیے آنکڑے استعمال کیجیے۔

جواب: پانی کی ایک دی ہوئی کمیت کا ابخرات حالت میں حجم، اسی کمیت کے رقیق حالت میں حجم کا 1.67×10^3 گنا ہے۔ (مثال 13.1)۔ یہی اضافہ ہر مالیکیول (پانی کے) کو دستیاب حجم میں بھی ہے۔ جب حجم میں 10^3 گنا اضافہ ہوتا ہے، تو نصف قطر میں $V^{1/3}$ یا 10 گنا اضافہ ہوگا۔ یعنی کہ: $10\times2Å = 20\ Å$ ۔ اس طرح اوسط فاصلہ ہے: $2\times20 = 40Å$ ▶

© NCERT not to be republished

مثال 13.4: ایک برتن میں دو غیر تعامل پذیر گیسیں ہیں: نیون (یک ایٹمی) اور آکسیجن (دو ایٹمی)۔ ان کے جزوی دباؤ کی نسبت ہے: (3:2)۔ تخمینہ لگایئے: برتن میں نیون (Neon) اور آکسیجن کی (a) مالیکیولوں کی تعداد کی نسبت کا (b) کمیت کثافت کی نسبت کا۔ نیون کی ایٹمی کمیت =20.2u آکسیجن کی مالیکیولائی کمیت O_2 = 32.0u

جواب: گیسوں کے آمیزہ میں ایک گیس کا جزوی دباؤ وہ دباؤ ہے جو گیس کا اسی حجم اور درجۂ حرارت پر ہوتا، اگر برتن میں کوئی دوسری گیس نہیں ہوتی۔ (غیر تعامل پذیر گیسوں کے آمیزے کا دباؤ، اس کے اجزائے ترکیبی گیسوں کے جزوی دباؤ کی قدروں کا حاصل جمع ہوتا ہے)۔ کیونکہ V اور T دونوں گیسوں کے لیے مشترک ہے، ہمارے پاس ہے $P_1V=\mu_1RT$ اور $P_2V=\mu_2RT$،
یہاں 1 اور 2 حسب ترتیب، نیون اور آکسیجن کے لیے استعمال ہوئے ہیں۔
کیونکہ دیا ہوا ہے: (P1/P2) = (3/2)، اس لیے $(\mu_1/\mu_2)=3/2$

(i) تعریف کے مطابق: $\mu_1=(N_1/N_A)$ اور $\mu_2=(N_2/N_A)$
جہاں N_1 اور N_2، 1 اور 2 کے مالیکیول کی تعداد ہے اور N_A ایوگیڈرو کا عدد ہے۔ اس لیے: $(N_1/N_2)=(\mu_1/\mu_2)=3/2$

(ii) ہم اس طرح سے بھی لکھ سکتے ہیں: $\mu_1=(m_1/M_1)$ اور $\mu_2=(m_2/M_2)$، جہاں، m_1 اور m_2، 1 اور 2 کی کمیتیں ہیں اور M_1 اور M_2 ان کی مالیکیولائی کمیتیں ہیں۔ (m_1 اور M_1 دونوں کو اور m_2 اور M_2 یکساں اکائیوں میں ظاہر کرنا چاہیے)۔
اگر ρ_1 اور ρ_2، حسب ترتیب، 1 اور 2 کی کمیت کثافتیں ہیں، تو

$$\frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{m_1/V}{m_2/V}=\frac{m_1}{m_2}=\frac{\mu_1}{\mu_2}\times\left(\frac{M_1}{M_2}\right)$$
$$=\frac{3}{2}\times\frac{20.2}{32.0}=0.947$$

13.4 ایک کامل گیس کا نظریۂ تحرک (KINETIC THEORY OF AN IDEAL GAS)

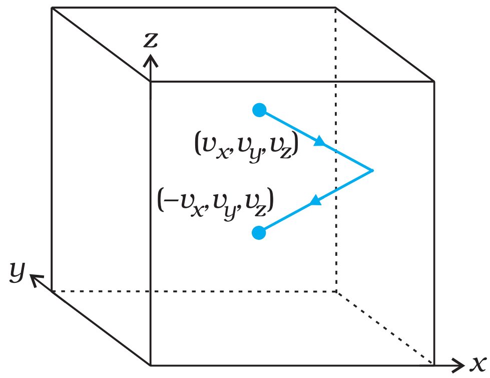
گیسوں کا نظریۂ تحرک مادے کی مالیکیولائی تصویر پر مبنی ہے۔ گیس کی ایک دی ہوئی کمیت، مالیکیولوں کی ایک بہت بڑی تعداد کا مجموعہ ہے (جو ایوا گیڈرو کے عدد کے درجہ کی تعداد ہے)، جو لگا تار، بے ترتیب، حرکت کر رہے ہیں۔ عام درجۂ حرارت اور دباؤ پر، مالیکیول کے درمیان اوسط فاصلہ، ان کے مخصوص سائز (2Å) کے مقابلے میں 10 گنا یا اس سے زیادہ ہوتا ہے۔ اس لیے مالیکیولوں کے درمیان باہم عمل نظر انداز کیا جا سکتا ہے اور ہم فرض کر سکتے ہیں کہ وہ، نیوٹن کے پہلے قانون کے مطابق مستقیم خطوط میں آزادانہ حرکت کرتے ہیں۔ لیکن، کبھی کبھی وہ ایک دوسرے کے نزدیک آ جاتے ہیں۔ ان پر بین مالیکیولائی قوتیں لگتی ہیں اور ان کی رفتاریں تبدیل ہوتی ہیں۔ یہ باہم عمل تصادم (ٹکر Collision) کہلاتے ہیں۔ مالیکیول ایک دوسرے سے یا برتن کی دیواروں سے متواتر ٹکراتے رہتے ہیں۔ اور اپنی رفتاریں تبدیل کرتے رہتے ہیں۔ ان تصادموں کو لچکدار تصادم (Elastic Collision) مانا جاتا ہے۔ ہم نظریۂ تحرک پر مبنی، ایک گیس کے دباؤ کے لیے ریاضیاتی عبارت مشتق کر سکتے ہیں۔

ہم اس تصور سے شروع کرتے ہیں کہ گیس کے مالیکیول ایک متواتر، بے ترتیب حرکت کرتے ہوئے، ایک دوسرے سے اور برتن کی دیواروں سے ٹکرا رہے ہیں۔ مالیکیول کے تمام تصادم، آپس میں ہونے والے اور برتن کی دیواروں کے ساتھ ہونے والے، لچکدار تصادم ہیں۔ اس کا مطلب ہے کہ کل حرکی توانائی (Total Kinetic Energy) کی بقا ہوتی ہے۔ اور ہمیشہ کی طرح کل معیار حرکت (moment) کی بقا ہوگی۔

13.4.1 ایک کامل گیس کا دباؤ (Pressure of an ideal gas)

ایک گیس لیجیے، جو ضلع 1 کے ایک مکعب میں رکھی ہے۔ محوروں کو مکعب کے ضلعوں کی متوازی لیجیے (جیسا شکل 13.4 میں دکھایا گیا ہے)۔ ایک مالیکیول، جس کی رفتار، (v_x, v_y, v_z) ہے، yz مستوی کے متوازی، مستوی دیوار سے جس کا رقبہ $A\ (=l^2)$ ہے، ٹکراتا ہے۔ کیونکہ تصادم لچکدار ہے، مالیکیول اسی مقدار کی رفتار سے مخالف سمت میں واپس لوٹے گا، یعنی کہ، مالیکیول کی رفتار کے z اور y جز تبدیل نہیں ہوں گے لیکن x–جز کی علامت الٹ جائے

© NCERT not to be republished



شکل 13.4: گیس کے ایک مالیکیول کا برتن کی دیوار سے لچکدار تصادم

گی۔ یعنی کہ تصادم کے بعد، مالیکیول کی رفتار $(-v_x, v_y, v_z)$ ہوگی۔ مالیکیول کے معیارِ حرکت میں تبدیلی ہے: $-mv_x - (mv_x) = -2mv_x$ معیارِ حرکت کی بقا کے قانون کے ذریعے، تصادم میں دیوار کو دیا گیا معیارِ حرکت: $= 2mv_x$

دیوار پر لگائی گئی قوت (اور دباؤ) کی تحسیب کرنے کے لیے ہمیں دیوار کو دیے گئے معیارِ حرکت فی اکائی وقت کی تحسیب کرنی ہوگی۔ ایک چھوٹے وقفہ وقت ΔT میں، ایک مالیکیول، جس کی رفتار کا x-جزو v_x ہے، دیوار سے جب ہی ٹکرائے گا، جب اس کی دیوار سے دوری $v_x\Delta t$ فاصلے کے اندر ہو۔ یعنی کہ صرف وہ تمام مالیکیول ہی جو $Av_x\Delta t$ حجم کے اندر ہیں، دیوار سے تصادم کر سکتے ہیں۔ لیکن اوسطاً، ان میں سے آدھے مالیکیول دیوار کی طرف حرکت کر رہے ہیں اور آدھے دیوار سے دور جا رہے ہیں۔ اس لیے مالیکیولوں کی تعداد جو رفتار (v_x, v_y, v_z) سے حرکت کرتے ہوئے، دیوار سے وقفہ ΔT میں ٹکراتی ہے: $\frac{1}{2}A\, v_x\, \Delta\, tn$، جہاں n، مالیکیولوں کی تعداد فی اکائی حجم ہے۔ وقفہ وقت ΔT میں ان مالیکیولوں کے ذریعے دیوار کو منتقل کیا گیا کل معیارِ حرکت ہے:

$$Q = (2mv_x)(\tfrac{1}{2}\, nAv_x\Delta t) \qquad (13.10)$$

دیوار پر لگ رہی قوت، معیارِ حرکت کی منتقلی کی شرح $Q/\Delta t$ ہے اور دباؤ، قوت فی اکائی رقبہ:

$$P = Q/(A\Delta t) = nmv_x^{\,2} \qquad (13.11)$$

اصلیت میں ایک گیس میں تمام مالیکیولوں کی رفتار یکساں نہیں ہوتی۔ بلکہ رفتاروں کی ایک تقسیم پائی جاتی ہے۔ اس لیے اوپر دی ہوئی مساوات، ان مالیکیولوں کے گروپ کے لیے درست ہے، جو x سمت میں v_x چال سے حرکت کر رہے ہیں اور n مالیکیول کے اس گروپ کی عددی کثافت ہے۔ کل دباؤ تمام گروپوں کے حصے پر جمع کرنے سے حاصل ہوگا۔

$$P = nm\,\overline{v_x^2} \qquad (13.12)$$

جہاں $\overline{v_x^2}$، v_x^2 کا اوسط ہے۔ اب گیس کیونکہ ہم سمت (Isotropic) ہے یعنی برتن میں گیسوں کے مالیکیولوں کی رفتار کی کوئی ترجیحی سمت نہیں ہے، اس لیے تشاکل (Symmetry) سے

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$$

$$v_x^2 + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} = (1/3)\,\overline{v^2} \qquad (13.13)$$

جہاں v چال ہے، اور $\overline{v^2}$ مربع کی گئی رفتار کے اوسط کی نشاندہی کرتا ہے۔ اس لیے

$$P = (1/3)\, n\, m\, \overline{v^2} \qquad (13.14)$$

اس اخذ کیے گئے رشتے پر کچھ ریمارک: سب سے پہلے، حالانکہ ہم نے مکعب برتن منتخب کیا تھا، برتن کی شکل سے دراصل کوئی اثر نہیں پڑتا۔ کسی بھی شکل کی برتن کے لیے، ہم ہمیشہ ایک مختصر لامتناہی خفیف (مستوی) رقبہ منتخب کر سکتے ہیں اور مندرجہ بالا اقدام پر عمل کر سکتے ہیں۔ نوٹ کریں کہ A اور Δt دونوں آخری نتیجے میں کہیں نہیں ہیں۔ باب 10 میں دیے گئے پاسکل کے قانون کے مطابق، ایک گیس جو حالت توازن میں ہے، اس کے کسی ایک حصے میں دباؤ اتنا ہی ہوگا، جتنا کسی دوسرے حصے میں۔ دوسری بات یہ کہ ہم نے یہ نتیجہ اخذ کرنے میں مالیکیول کے کسی بھی آپسی تصادم کو نظر انداز کر دیا ہے۔ حالانکہ اس مفروضہ کو حق بجانب ٹھہرانا درست طور پر مشکل ہے۔ ہم کیفیتی طور پر سمجھ سکتے ہیں کہ اس مفروضہ سے ہم غلط نتیجے پر نہیں پہنچیں گے۔ وقت

© NCERT not to be republished

Δt میں دیوار سے ٹکرانے والے مالیکیولوں کی تعداد $\frac{1}{2} n A v_x \Delta t$ معلوم کی گئی تھی۔ اب تصادم بے ترتیب ہیں اور گیس ایک قائم حالت میں ہے۔ اس لیے اگر رفتار (v_x, v_y, v_z) کا ایک مالیکیول، کسی دوسرے مالیکیول سے ٹکرا کر مختلف رفتار اختیار کر لیتا ہے۔ تو ہمیشہ ایک ایسا مالیکیول بھی ہوگا، جو مختلف آغازی رفتار سے حرکت کر رہا ہے اور تصادم کے بعد رفتار (v_x, v_y, v_z) اختیار کر لیتا ہے۔ اگر ایسا نہیں ہوتا تو رفتاروں کی تقسیم، قائم نہیں رہے گی۔ اور پھر ہم بہر حال $\overline{v_x^2}$ معلوم کر رہے ہیں۔ اس لیے مجموعی طور پر مالیکیولوں کے آپسی تصادم (اگر وہ بہت جلدی جلدی نہیں ہو رہے اور تصادم میں لگنے والا وقت، دو تصادم کے درمیان وقت کے مقابلے میں نظر انداز کیا جا سکتا ہے)، مندرجہ بالا تحسیب پر اثر انداز نہیں ہوں گے۔

13.4.2 درجۂ حرارت کی تحرکی توضیح: (Kinetic interpretation of temperature)

مساوات (13.14) کو ایسے لکھا جا سکتا ہے:

$$PV = (1/3)\, nV\, m\, \overline{v^2} \qquad (13.15a)$$

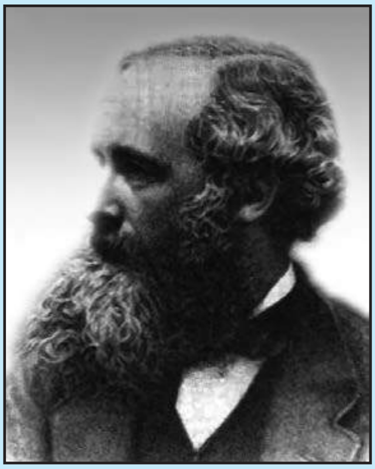
$$PV = (2/3)\, N \times \tfrac{1}{2}\, m\, v^2 \qquad (13.15b)$$

جہاں $N\ (= nV)$، گیس کے نمونے میں مالیکیولوں کی تعداد ہے۔

قوسین (بریکٹ) [ ] میں دی ہوئی مقدار گیس کے مالیکیولوں کی اوسط انتقالی حرکی توانائی (Average Translational Kinetic Energy)

گیسوں کے نظریہ تحرک کے بانیان

جیمس کلیرک میکسویل (James Clerk Maxwell) (1831–1879)



ایڈنبرگ، اسکاٹ لینڈ میں پیدا ہوئے۔ انیسویں صدی کے عظیم ترین طبیعیات دانوں میں آپ کا شمار ہوتا ہے۔ انہوں نے ایک گیس میں مالیکیولوں کی حرارتی رفتار کی تقسیم اخذ کی اور ان چند پہلے سائنس دانوں میں تھے جنہوں نے قابل پیمائش مقداروں، لزوجت وغیرہ سے مالیکیولیائی پیرامیٹروں کی قابل بھروسہ قدریں حاصل کیں۔ میکسویل کا سب سے بڑا کارنامہ برق اور مقناطیسیت کے قانونوں کو (جنہیں کولمب، اورسٹڈ، ایمپیر اور فیراڈے نے دریافت کیا تھا) مساوات کے ایک ہم آہنگ سیٹ میں متحد کرنا تھا جو اب میکسویل کی مساواتیں کہلاتی ہیں۔ ان مساواتوں کے ذریعے وہ اس اہم ترین نتیجے پر پہنچے کہ روشنی ایک برق مقناطیسی لہر ہے۔ دلچسپ بات یہ ہے کہ میکسویل اس خیال سے کبھی بھی متفق نہیں تھے کہ برق اپنی طبع کے اعتبار سے ذراتی ہے۔ (جس کی فیراڈے کے برق پاشیدگی کے قوانین پرزور تائید کرتے تھے۔)

لڈوگ بولٹز مین (Ludwig Boltzmann) (1844–1906)

ویانا، آسٹریا میں پیدا ہوئے۔ آپ نے گیسوں کے نظریہ تحرک پر انفرادی طور سے، میکسویل کے ساتھ نہیں، کام کیا۔ ایٹمیت (Atomism)، نظریہ تحرک کی اساس، کے زبردست حامی تھے۔ آپ نے حر حرکیات کے دوسرے قانون کی شماریاتی توضیح کی اور ناکارگی کا تصور پیش کیا۔ انہیں کلاسیکی شماریاتی میکانیات (classical statistical mechanics) کے بانیان میں شمار کیا جاتا ہے۔ نظریہ تحرک میں توانائی اور درجۂ حرارت میں رشتہ قائم کرنے والا متناسبیت کا مستقلہ، آپ کے اعزاز میں، بولٹز مین مستقلہ کہلاتا ہے۔

© NCERT not to be republished

ہے۔کیونکہ ایک کامل گیس کی اندرونی توانائی پورے طور پر حرکی* ہوتی ہے۔

$$E = N \times (1/2)\, m\, \overline{v^2} \qquad (13.16)$$

اب مساوات(13.15)سے حاصل ہوتا ہے:

$$PV = (2/3)E \qquad (13.17)$$

اب ہم درجۂ حرارت کی تحرکی وضاحت کرنے کے لیے تیار ہیں۔ مساوات (13.17) کو کامل گیس مساوات (13.3) سے ملانے پر، ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$E = (3/2)\, k_B\, NT \qquad (13.18)$$

یا

$$E/N = ½\, m\, \overline{v^2} = (3/2)\, k_B T \qquad (13.19)$$

یعنی کہ، ایک مالیکیول کی اوسط حرکی توانائی، گیس کے مطلق درجۂ حرارت کے متناسب ہے، یہ دباؤ حجم اور کامل گیس کی طبع کے غیر تابع ہے۔ یہ ایک بنیادی نتیجہ ہے جو درجۂ حرارت، گیس کے ایک کلاں بنی قابل پیمائش پیرامیٹر، (جو حر حرکیاتی متغیرہ کہلاتا ہے) اور ایک مالیکولیائی مقدار، مالیکیول کی اوسط حرکی توانائی، کے درمیان رشتہ دیتا ہے۔ یہ دونوں علاقے، بولٹز مین مستقلہ کے ذریعے جڑے ہوئے ہیں۔ ہم نے تذکرتاً کہا تھا کہ مساوات (13.18) بتاتی ہے کہ ایک کامل گیس کی اندرونی توانائی صرف درجۂ حرارت کے تابع ہے اور دباؤ اور حجم کے تابع نہیں ہے۔ درجۂ حرارت کی اس توضیح کے ساتھ، ایک کامل گیس کا نظریۂ تحرک، کامل گیس مساوات اور اس پر مبنی مختلف گیس قوانین کے ساتھ پوری طرح ہم آہنگ ہے۔

غیر متعامل کامل گیسوں کے آمیزہ کے کل دباؤ میں آمیزہ میں شامل ہر گیس کا حصہ ہوتا ہے۔ مساوات(13.14) ہو جاتی ہے:

$$P = (1/3)\, [n_1 m_1 \overline{v_1^2} + n_2\, m_2\, \overline{v_2^2} + \ldots] \qquad (13.20)$$

حالت توازن میں، مختلف گیسوں کے مالیکیولوں کی اوسط حرکی توانائی، مساوی ہوگی، یعنی کہ

$$½ m_1 \overline{v_1^2} = ½\, m_2 \overline{v_2^2} = (3/2)\, k_B T$$

اس طرح

$$P = (n_1 + n_2 + \ldots)\, k_B T \qquad (13.21)$$

جو جزوی دباؤ کی قدروں کا ڈالٹن کا قانون ہے۔

مساوات(13.19) سے ہم ایک گیس میں مالیکیول کی مخصوص رفتار کا اندازہ لگا سکتے ہیں۔ درجۂ حرارت، T=300K پر، نائٹروجن گیس میں ایک مالیکیول کی اوسط مربع چال:

$$m = \frac{M_{N_2}}{N_A} = \frac{28}{6.02 \times 10^{26}} = 4.65 \times 10^{-26}\ \text{kg}$$

$$\overline{v^2} = 3\, k_B T/m = (516)^2\ \text{m}^2\text{s}^{-2}$$

$\overline{v^2}$ کا مربع جذر (Squarreoot)، جذر اوسط مربع (Root mean square (rms)) چال کہلاتی ہے اور اسے v_{rms} سے ظاہر کرتے ہیں۔ ہم $\overline{v^2}$ کو $< v^2 >$ کی شکل میں بھی لکھ سکتے ہیں۔

$$v_{rms} = 516\ \text{m s}^{-1}$$

یہ چال ہوا میں آواز کی چال کے درجہ کی ہے۔ مساوات(13.19) سے یہ اخذ کیا جا سکتا ہے کہ یکساں درجۂ حرارت پر، مقابلتاً ہلکے مالیکیول کی rms چال مقابلتاً زیادہ ہوتی ہے۔

مثال 13.5: ایک فلاسک (صراحی) میں آرگون (Argon) اور کلورین کمیت کے لحاظ سے، 2:1 کی نسبت میں ہیں۔ آمیزہ کا درجۂ حرارت 27°C ہے۔ (i) اوسط حرکی توانائی فی مالیکیول کی نسبت (ii) دونوں گیسوں کے مالیکیولوں کی v_{rms} کی نسبت، معلوم کیجیے۔ آرگون کی ایٹمی کمیت =39.9u، کلورین کی مالیکیولیائی کمیت =70.9u

جواب: یاد رکھنے لائق اہم نکتہ یہ ہے کہ کسی بھی (کامل) گیس (چاہے وہ آرگون کی طرح ایک ایٹمی ہو یا کلورین کی طرح دو ایٹمی) کی اوسط حرکی توانائی (فی مالیکیول) ہمیشہ $(3/2)k_B T$ کے مساوی ہوتی ہے۔ یہ صرف درجۂ حرارت کے تابع ہے اور گیس کی طبع کے تابع نہیں ہے۔

*E، اندرونی توانائی U کے انتقالی حصہ کی نشاندہی کرتا ہے، جس میں دوسرے آزادی کے درجات کی وجہ سے توانائیاں بھی شامل ہو سکتی ہیں۔

© NCERT not to be republished

(i) کیونکہ فلاسک میں آرگون اور کلورین دونوں یکساں درجۂ حرارت پر ہیں، اس لیے دونوں گیسوں کی اوسط حرکی توانائی (فی مالیکیول) کی نسبت، 1:1 ہے۔

(ii) $(3/2)k_BT$ = اوسط حرکی توانائی فی مالیکیول = $\frac{1}{2}mv_{rms}^2$

جہاں m گیس کے ایک مالیکیول کی کمیت ہے۔

$$\frac{(v_{rms}^2)_{Ar}}{(v_{rms}^2)_{Cl}} = \frac{(m)_{Cl}}{(m)_{Ar}} = \frac{(M)_{Cl}}{(M)_{Ar}} = \frac{70.9}{39.9} = 1.77$$

جہاں M گیس کی مالیکیولیائی کمیت کی نشاندہی کرتا ہے۔ (آرگون کے لیے، ایک مالیکیول آرگون کا صرف ایک ایٹم ہے)

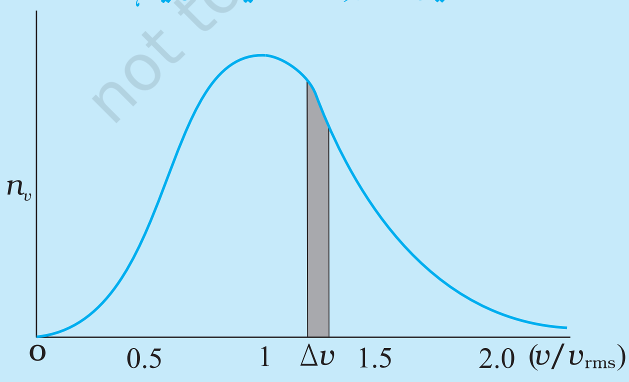
دونوں طرف مربع جذر لیتے ہوئے

$$\frac{(v_{rms})_{Ar}}{(v_{rms})_{Cl}} = 1.33$$

آپ نوٹ کریں کہ کمیت کے حساب سے آمیزہ میں اجزائے ترکیبی کی نسبت مندرجہ بالا تحسیبوں کے لیے بے معنی ہے۔ آمیزے میں آرگون اور کلورین کی کمیت کے مطابق کوئی دوسری نسبت بھی ہو، جب بھی (i) اور (ii) مندرجہ بالا جواب ہی ہوں گے بشرط یہ کہ درجہ حرارت مستقلہ ہے۔

میکسویل تقسیم تفاعل

گیس کی ایک دی ہوئی کمیت میں، تمام مالیکیولوں کی رفتاریں یکساں نہیں ہوتیں، بھلے ہی گیس کی پوری جسامت (Bulk) کے پیرامیٹر، جیسے دباؤ، حجم اور درجۂ حرارت معین ہوں۔ تصادم مالیکیول کی حرکت کی سمت اور چال تبدیل کر دیتے ہیں۔ پھر بھی، ایک توازن کی حالت میں، چالوں کی تقسیم (Distribution of Speeds) مستقلہ یا متعین ہوتی ہے۔ اگر اشیا کی بڑی تعداد والے نظام ہوں تو انہیں برتنے کے لیے تقسیم (Distribution) بہت اہم اور کارآمد ہوتی ہے۔ مثال کے لیے ایک شہر کے مختلف اشخاص کی عمریں دیکھیے۔ ہر فرد کی عمر کو الگ الگ دیکھنا قابل عمل نہیں ہے۔ ہم اشخاص کو گروپ میں بانٹ سکتے ہیں: 20 سال تک کی عمر کے بچے، بالغ جن کی عمریں 20 سے 60 سال کے درمیان ہیں، اور ضعیف، جن کی عمر 70 سال سے زیادہ ہے۔ اگر ہمیں زیادہ تفصیلی معلومات درکار ہوں تو ہم مقابلتاً چھوٹے وقفے (عمر کے گروپوں کے) ,...,0-1,1-2 99-100 منتخب کر سکتے ہیں۔ جب وقفے کا سائز چھوٹا ہوتا جاتا ہے، مثلاً نصف برس تو اس وقفہ میں شامل اشخاص کی تعداد بھی کم ہو جاتی ہے، جو موٹے طور پر اس صورت میں، ایک سال کے وقفے میں اشخاص کی تعداد کی نصف ہوگی۔ اس لیے وقفہ عمر x اور $x+dx$ کے درمیان اشخاص کی تعداد $dN(x)$، dx کے متناسب ہے 'یا' $dN(x) = n_x dx$۔ ہم نے n_x کو x اور $x+dx$ کے درمیان وقفہ ظاہر کرنے کے لیے استعمال کیا ہے۔



مالیکیولیائی چالوں کی میکسویل تقسیم

اسی طور پر، مالیکیولیائی چال تقسیم، چالوں v اور $(v+dv)$ کے درمیان مالیکیولوں کی تعداد $dN(v)$ بتاتی ہے:

$dN(v) = 4pNa^3e^{-bv^2}v^2dv = n_v dv$، یہ میکسویل تقسیم کہلاتی ہے۔ n_v برخلاف v گراف شکل میں دکھایا گیا ہے۔ رفتاروں v اور $v+dv$ کے درمیان مالیکیولوں کی کسر، دکھائی گئی پٹی (Strip) کے رقبے کے مساوی ہے۔ v^2 جیسی کسی بھی مقدار کے اوسط کی تعریف تکملہ (Integral) کے ذریعے کی جاتی ہے: $\langle v^2 \rangle = (1/N)\int v^2 dN(v) = (3k_BT/m)$ جو زیادہ بنیادی اصولوں سے اخذ کیے گئے نتیجے سے ہم آہنگ ہے۔

مثال 13.6: یورینیم کے دو ہم جا (isotopes) ہیں، جن کی کمیتیں 235u اور 238u ہیں۔ اگر دونوں یورینیم ہیکسا فلورائڈ گیس میں پائے جاتے ہیں، تو کس کی اوسط رفتار مقابلتاً زیادہ ہوگی؟ اگر فلورین کی ایٹمی کمیت 19u ہے، تو کسی بھی درجہ حرارت پر رفتاروں میں فی صد فرق کا تخمینہ لگائیے۔

جواب: متعین درجۂ حرارت پر، مستقلہ = $\frac{1}{2}m < v^2 >$ = اوسط توانائی، مالیکیول کی کمیت اگر کم ہوگی، اس کی چال زیادہ ہوگی، چالوں کی نسبت، مالیکیولوں کی کمیتوں کی نسبت کے مربع جذر کے متناسب ہوگی۔ کمیتیں کیوں کہ 349u اور 352u ہیں، اس لیے

$$v_{349}/v_{352}=(352/349)^{1/2}=1.0044$$

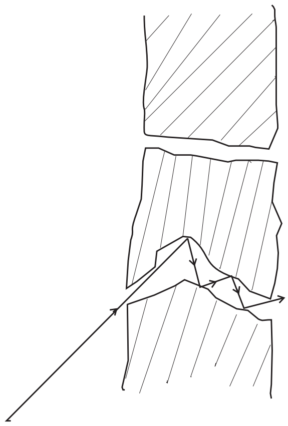
اس لیے

$$\frac{\Delta V}{V} = 0.44\%$$ فرق

[^{235}U وہ ہم جا ہے، جو نیوکلیائی انشقاق کے لیے درکار ہوتا ہے۔ اسے زیادہ وافر مقدار میں پائے جانے والے ہم جا ^{238}U سے علیحدہ کرنے کے لیے مندرجہ ذیل طریقہ استعمال کیا جاتا ہے جو نیوکلیائی افزودگی (Nuclear Enrichment) کہلاتا ہے۔]

آمیزہ کو ایک سوراخ دار استوانے سے گھیر لیا جاتا ہے۔ اس سوراخ دار استوانے کا موٹا ہونا ضروری ہے تاکہ مالیکیول لمبے سوراخ کی دیواروں سے ٹکراتے ہوئے انفرادی طور پر سوراخ سے ادھر ادھر بکھریں۔ مقابلتاً تیز رفتار والے مالیکیول، کم رفتار مالیکیول کے مقابلے میں سوراخوں سے باہر کی سمت میں زیادہ رِسیں گے۔ اس طرح سوراخ دار استوانے کے باہر مقابلتاً ہلکے مالیکیولوں کی تعداد زیادہ ہوگی۔ (افزودگی)۔ (شکل 13.5) یہ طریقہ بہت استعداد (Efficiency) والا نہیں ہے اور قابل لحاظ افزودگی کے لیے اسے بار بار دہرانا پڑتا ہے۔]

جب گیسوں کا نفوذ (Diffusion) ہوتا ہے تو نفوذ کی شرح، ان کی کمیتوں کے مربع جذر کے متناسب ہوتی ہے (دیکھیے مشق 13.12)۔ کیا آپ اوپر دیے ہوئے جواب سے اس کی وضاحت کا اندازہ لگا سکتے ہیں۔ ▶



شکل 13.5: ایک سوراخ دار دیوار سے گذرتے ہوئے مالیکیول

مثال 13.7: (a) جب ایک مالیکیول (یا ایک لچکدار گیند) ایک دیوار (بھاری کمیت کی) سے ٹکراتا ہے، تو وہ اسی چال سے مخالف سمت میں لوٹتا ہے۔ جب ایک گیند ایک زور سے سیدھے پکڑے ہوئے بلے (بھاری کمیت کے) سے ٹکراتی ہے، تب بھی یہی ہوتا ہے۔ لیکن جب بلا، گیند کی طرف حرکت کرتا ہے اور گیند اور بلا آپس میں ٹکراتے ہیں، تو گیند ٹکرانے کے بعد مختلف چال سے لوٹتی ہے۔ گیند کی چال پہلے سے زیادہ ہوتی ہے یا کم؟ (باب 6 کو دہرائیں تو لچک دار تصادم کے بارے میں آپ کی یادداشت تازہ ہو جائے گی)

(b) جب ایک پسٹن کو اندر دھکیل کر ایک استوانے میں بھری گیس کو دبایا جاتا ہے تو اس کا درجۂ حرارت بڑھ جاتا ہے۔ اوپر دیے ہوئے (a) کو استعمال کر کے نظریۂ تحرک کی بنیاد پر اس کی توضیح سوچیے۔

(c) جب ایک دبی ہوئی گیس ایک پسٹن کو باہر دھکیلتی ہے اور پھیلتی ہے تو کیا ہوتا ہے؟ آپ کیا دیکھیں گے؟

(d) سچن تندولکر کھیلتے ہوئے بھاری بلے کا استعمال کرتے ہیں۔ کیا اس سے انہیں کسی طرح کی کوئی مدد ملتی ہے؟

جواب: (a) فرض کیجیے بلے کے پیچھے لگے ہوئے اسٹمپ کی مناسبت سے گیند کی رفتار u ہے۔ اگر اسی اسٹمپ کی مناسبت سے بلا، گیند کی طرف چال V سے حرکت کر رہا ہے، تو بلے کی مناسبت سے گیند کی چال $(u+v)$ ہے۔ (بلے کی طرف)۔ جب گیند واپس لوٹتی ہے (بھاری بلے سے ٹکرانے کے بعد)،

© NCERT not to be republished

اس کی چال، بلے کی مناسبت سے، بلے سے دور ہٹتے ہوئے، $u+v$ ہے۔اس لیے اسٹمپ کو مناسبت سے، واپس لوٹتی ہوئی گیند کی چال ہے: $V+(V+u)=2V+u$ (وکٹ سے دور ہٹتے ہوئے)۔اس لیے بلے سے ٹکرانے کے بعد اس کی چال تیز ہوجاتی ہے۔ایک مالیکیول کے لیے اس کا مطلب ہوگا، درجۂ حرارت میں اضافہ۔

آپ (b)،(c) اور (d) کے جواب، (a) کے جواب کی مدد سے خود دے سکتے ہیں۔

اشارہ: یہ مطابقت نوٹ کیجیے: پسٹن ← بلہ، استوانہ ← اسٹمپ، مالیکیول ← گیند

13.5 توانائی کی تقسیم کا قانون (LAW OF EQUIPARTITION OF ENERGY)

ایک واحد مالیکیول کی حرکی توانائی:

$$\varepsilon_t = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}mv_z^2 \qquad (13.22)$$

ایک گیس کے لیے، جو درجۂ حرارت T پر حرارتی توازن میں ہے، توانائی کی اوسط قدر، جو $<\varepsilon_t>$ سے ظاہر کی جاتی ہے،

$$\langle\varepsilon_t\rangle=\left\langle\frac{1}{2}mv_x^2\right\rangle+\left\langle\frac{1}{2}mv_y^2\right\rangle+\left\langle\frac{1}{2}mv_z^2\right\rangle=\frac{3}{2}k_BT \quad (13.23)$$

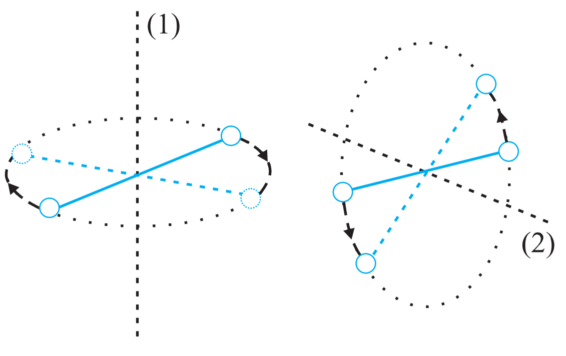
کیونکہ کوئی ترجیحی سمت نہیں ہے، مساوات (13.23) سے اخذ کیا جاسکتا ہے کہ

$$\left\langle\frac{1}{2}mv_x^2\right\rangle = \frac{1}{2}k_BT \quad \left\langle\frac{1}{2}mv_y^2\right\rangle = \frac{1}{2}k_BT$$
$$\left\langle\frac{1}{2}mv_z^2\right\rangle = \frac{1}{2}\ k_BT \qquad (13.24)$$

ایک مالیکیول جو فضا (Space) میں حرکت کرنے کے لیے آزاد ہو، اس کے مقام کو متعین کرنے کے لیے 3 مختص (Coordinates) چاہیے ہوتے ہیں۔ اگر اسے ایک مستوی میں حرکت کرنے کے لیے پابند کردیا جائے تو 2 اور اگر ایک خط پر حرکت کرنے کے لیے پابند کردیا جائے تو اس کے مقام کو متعین کرنے کے لیے صرف 1 مختص چاہیے ہوتا ہے۔اس بات کو دوسری طرح سے بھی کہا جاسکتا ہے۔ہم کہتے ہیں کہ ایک خط پر حرکت کرنے کے لیے اس کی آزادی کا درجہ 1 ہے، ایک مستوی میں حرکت کرنے کے لیے 2 اور فضا میں حرکت کرنے کے لیے 3۔ ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ تک پورے جسم کی حرکت، منتقلی (Translation) کہلاتی ہے۔اس لیے ایک مالیکیول جو فضا میں حرکت کرنے کے لیے آزاد ہے اس کے تین انتقالی آزادی کے درجے ہوتے ہیں۔ ہر انتقالی آزادی کا درجہ ایک ایسا رکن دیتا ہے جس میں حرکت کے کسی متغیرہ کا مربع شامل ہوتا ہے، مثلاً $\frac{1}{2} mv_x^2$ اور v_y اور v_z میں یکساں ارکان۔ مساوات (13.24) میں ہم نے دیکھا، کہ حرارتی توازن میں، ایسے ہر رکن کا اوسط $\frac{1}{2}k_BT$ ہے۔

ایک یک ایٹم گیس، جیسے آرگون، کے مالیکیولوں کی صرف انتقالی آزادی کے درجات ہوتے ہیں۔لیکن ایک دو ایٹمی گیس، جیسے O_2 یا N_2 کے بارے میں کیا کہا جاسکتا ہے؟ O_2 کے ایک مالیکیول کے 3 انتقالی آزادی کے درجات ہوتے ہیں۔لیکن اس کے علاوہ، وہ اپنے کمیت کے مرکز کے گرد گردش بھی کرسکتا ہے۔شکل 13.6 میں دو، ایک دوسرے کے غیر تابع، گردش کے محور 1 اور 2 دکھائے گئے ہیں، جو دونوں ایٹموں (آکسیجن کے) کو جوڑنے والے محور پر عمود ہیں، جن کے گرد آکسیجن مالیکیول گردش* کرسکتا ہے۔اس طرح مالیکیول کے دو گردشی آزادی کے درجات ہیں، جن میں سے ہر ایک کل توانائی، جو انتقالی توانائی ε_t اور گردشی توانائی ε_r پر مشتمل ہے، میں ایک رکن کا حصہ دیتا ہے۔

$$\varepsilon_t+\varepsilon_r=\frac{1}{2}mv_x^2+\frac{1}{2}mv_y^2+\frac{1}{2}mv_z^2+\frac{1}{2}I_1\omega_1^2+\frac{1}{2}I_2\omega_2^2 \quad (13.25)$$



شکل 13.6: ایک دو ایٹمی مالیکیول کے دو غیر تابع، گردشی محور

*ایٹموں کو ملانے والے خط کے گرد گردش کے جمود کا معیار اثر بہت چھوٹا ہوتا ہے اور کوانٹم میکانیکی وجوہات کی بنا پر فعال کردار ادا نہیں کرتا۔ حصہ 13.6 کا آخر دیکھیے۔

© NCERT not to be republished

جہاں ω_1 اور ω_2 محور 1 اور 2 کے گرد زاویائی رفتاریں ہیں اور I_1 اور I_2 ان کے مطابق جمود کے معیار اثر (Moments of Inertia) ہیں۔ نوٹ کریں کہ ہر گردشی آزادی کا درجہ ایک ایسا رکن، توانائی کو دیتا ہے جس میں حرکت کے گردشی متغیرہ کا مربع شامل ہے۔

ہم نے اوپر یہ فرض کرلیا کہ O_2 مالیکیول ایک استوار گردش کار (Rigid rotator) ہے۔ یعنی کہ، مالیکیول ارتعاش نہیں کرتا۔ یہ مفروضہ گو کہ O_2 کے لیے (معمولی درجۂ حرارت پر) درست پایا گیا ہے، ہمیشہ درست نہیں ہوتا۔ CO جیسے مالیکیول کی معمولی درجہ حرارت پر بھی، ارتعاش (Viberation) کی ایک وضع (Mode) ہوتی ہے یعنی کہ اس کے ایٹم ، بین ایٹمی محور (Interatomic axis) پر ایک یک ابعادی اہتزاز کار (One dimensional oscillator) کی طرح اہتزاز (Oscillation) کرتے ہیں اور کل توانائی کو ایک ارتعاشی توانائی (Viberational Energy) رکن دیتے ہیں:

$$\varepsilon_v = \frac{1}{2}m\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2}ky^2$$

$$\varepsilon = \varepsilon_t + \varepsilon_r + \varepsilon_v \qquad (13.26)$$

جہاں k قوت مستقلہ ہے (اہتزاز کار کا) اور y ارتعاشی کوآرڈی نیٹ ہے۔

ایک بار پھر، مساوات (13.25) میں حرکت متغیرہ y اور dy/dt کے مربع ارکان شامل ہیں۔

اس نقطہ پر، مساوات (13.2 6) کی اہم خاصیت نوٹ کیجیے۔ جب کہ مساوات (13.26) میں، ہر انتقالی اور گردشی آزادی کے درجے نے صرف ایک مربع رکن دیا، ایک ارتعاشی طرز دو مربع رکن دیتی ہے۔ حرکی اور بالقوۃ توانائیاں۔ توانائی کی ریاضیاتی عبارت میں شامل ہر دو درجی رکن ، مالیکیول کے ذریعے جذب کی گئی توانائی کی ایک وضع ہے۔ ہم دیکھ چکے ہیں کہ حرارتی توازن میں، درجہ حرارت T (مطلق قدر) پر، ہر انتقالی، وضع حرکت کے لیے اوسط توانائی $\frac{1}{2} k_BT$ ہے۔ کلاسیکی شماریاتی میکانیک کا ایک شاندار اصول یہ ہے (جسے سب سے پہلے میکسویل نے ثابت کیا) کہ ایسا ہی ہر توانائی کی وضع: انتقالی، گردشی اور ارتعاشی، کے لیے ہوتا ہے۔ یعنی کہ توازن میں، کل توانائی، ہر ممکنہ توانائی وضع میں مساوی طور پر تقسیم ہوتی ہے، جب کہ ہر وضع کی اوسط توانائی $\frac{1}{2} k_BT$ کے مساوی ہوتی ہے۔ یہ توانائی کی مساوی تقسیم کا قانون (Law of Equipartition of Energy) کہلاتا ہے۔ اس کے مطابق، ایک مالیکیول کا ہر انتقالی اور گردشی آزادی کا درجہ، توانائی کو $\frac{1}{2} k_BT$ توانائی دیتا ہے جب کہ ہر ارتعاشی تعدد (Vibrational frequency): $2 \times \frac{1}{2} k_BT = k_BT$ ، کیونکہ ایک ارتعاشی وضع میں حرکی اور بالقوۃ دونوں وضعیں ہوتی ہیں۔

توانائی کی مساوی تقسیم کا ثبوت اس کتاب کی وسعت سے باہر ہے۔ یہاں ہم اس قانون کا استعمال، نظری طور پر گیسوں کی نوعی حرارتوں کی پیشین گوئی کرنے کے لیے کریں گے۔

13.6 نوعی حرارت کی گنجائش (SPECIFIC HEAT CAPACITY)

13.6.1 یک ایٹمی گیسیں (Monatomic gases)

ایک یک ایٹمی گیس کے مالیکیول کی صرف تین انتقالی آزادی کے درجات ہوتے ہیں۔ اس لیے درجۂ حرارت T پر، ایک مالیکیول کی اوسط توانائی $3/2\ k_BT$ ہے۔ ایسی گیس کے ایک مالیکیول کی کل اندرونی توانائی ہے۔

$$U = \frac{3}{2}k_BT \times N_A = \frac{3}{2}RT \qquad (12.27)$$

مستقل حجم پر نوعی حرارت C_v ہے

$$C_v\,(\text{یک ایٹمی گیس}) = \frac{dU}{dT} = \frac{3}{2}R \qquad (13.28)$$

ایک کامل گیس کے لیے

$$C_p - C_v = R \qquad (13.28)$$

جہاں C_p، مستقل دباؤ پر مولی نوعی حرارت ہے۔ اس لیے

$$C_p = \frac{5}{2}R \qquad (13.30)$$

$$\text{نوعی حرارتوں کی نسبت}\ \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3} \qquad (13.31)$$

© NCERT not to be republished

13.6.2 دو ایٹمی گیسیں (Diatomic gases)

جیسا کہ پہلے وضاحت کی جا چکی ہے ایک دو ایٹمی مالیکیول کو اگر ایک استوار گردش کار (ایک مگدر کی طرح) مانا جائے تو اس کے 5 آزادی کے درجات ہوتے ہیں: 3 انتقالی 2 گردشی۔ ایسی گیس کے ایک مول کی کل اندرونی توانائی

$$U = \frac{5}{2} k_B T \times N_A = \frac{5}{2} RT \qquad (13.32)$$

اب مولی نوعی حرارتیں دی جاتی ہیں:

$$C_v \text{ (استوار، دو ایٹمی)} = \frac{5}{2}\text{R},\ C_p = \frac{7}{2}\text{R} \qquad (13.33)$$

$$\gamma \text{ (استوار، دو ایٹمی)} = \frac{7}{5} \qquad (13.34)$$

اگر دو ایٹمی ماڈل استوار نہیں ہے بلکہ ان کے علاوہ اس کی ایک ارتعاشی وضع بھی ہے

$$U = \left(\frac{5}{2} k_B T + k_B T\right) N_A = \frac{7}{2} RT$$

$$C_v = \frac{7}{2} R,\ C_p = \frac{9}{2} R,\ \gamma = \frac{9}{7} \qquad (13.35)$$

13.6.3 کثیر ایٹمی گیسیں (Polyatomic Gases)

عمومی طور پر، ایک کثیر ایٹمی مالیکیول کے 3 انتقالی، 3 گردشی آزادی کے درجات اور ارتعاشی وضعوں کی ایک خاص تعداد (f) ہوتی ہے۔ توانائی کی مساوی تقسیم کے قانون کے مطابق، آسانی سے سمجھا جاسکتا ہے کہ ایک ایسی گیس کے ایک مول کی کل اندرونی توانائی:

$$U = \left(\frac{3}{2} k_B T + \frac{3}{2} k_B T + f k_B T\right) N_A$$

یعنی

$$C_v = (3 + f) R,\ C_p = (4 + f) R,$$

$$\gamma = \frac{(4 + f)}{(3 + f)} \qquad (13.36)$$

نوٹ کریں کہ $C_p - C_v = R$ ہر کامل گیس کے لیے صادق ہے چاہے وہ ایک ایٹمی ہو، دو ایٹمی ہو یا کثیر ایٹمی ہو۔

جدول 13.1 میں گیسوں کی نوعی حرارتوں کی نظری طور پر پیشین گوئی کی جانے والی قدریں دی گئی ہیں، جہاں کسی بھی ارتعاشی وضع کو نظر انداز کر دیا گیا ہے۔ یہ قدریں تجربہ کی مدد سے معلوم کی گئیں کئی گیسوں کی نوعی حرارت کی قدروں سے، جو جدول 13.2 میں دی گئی ہیں، اچھی مطابقت رکھتی ہیں۔ بے شک، پیشین گوئی کی گئی قدروں اور کچھ دوسری گیسوں کی (جو جدول میں نہیں دی گئی ہیں) اصل نوعی حرارت کی قدروں میں اختلاف بھی ہیں، جیسے Cl_2، C_2H_6 اور بہت سی دوسری کثیر ایٹمی گیسوں میں۔ عام طور سے تجربے کے ذریعے ان گیسوں کی معلوم کی گئی نوعی حرارت کی قدریں جدول 13.1 میں دی گئی پیشین گوئی کی گئی قدروں سے زیادہ ہوتی ہیں۔ جس سے پتہ چلتا ہے کہ مطابقت کو بہتر بنایا جاسکتا ہے، اگر تحسیب میں حرکت کی ارتعاشی وضعوں کو شامل کر لیا جائے۔ اس طرح توانائی کی مساوی تقسیم قانون کی عام درجہ حرارت پر، تجربے کے ذریعے بہ خوبی تصدیق ہو جاتی ہے۔

جدول 13.1: گیسوں کی نوعی حرارت کی گنجائش کی پیشین گوئی کی گئی قدریں (ارتعاشی وضعوں کو نظر انداز کرتے ہوئے)

گیس کی طبع	C_v $(Jmol^{-1}k^{-1})$	C_p $(Jmol^{-1}k^{-1})$	C_p-C_v $(Jmol^{-1}k^{-1})$	γ
یک ایٹمی	12.5	20.8	8.31	1.67
دو ایٹمی	20.8	29.1	8.31	1.40
کثیر ایٹمی	24.93	33.24	8.31	1.33

جدول 13.2 کچھ گیسوں کی نوعی حرارت گنجائشوں کی ناپی گئی قدریں

گیس کی طبع	گیس	C_v $(Jmol^{-1}k^{-1})$	C_p $(Jmol^{-1}k^{-1})$	C_p-C_v $(Jmol^{-1}k^{-1})$	γ
ایک ایٹمی	He	12.5	20.8	8.30	1.66
ایک ایٹمی	Ne	12.7	20.8	8.12	1.64
ایک ایٹمی	Ar	12.5	20.8	8.30	1.67
دو ایٹمی	H_2	20.4	28.8	8.45	1.41
دو ایٹمی	O_2	21.0	29.3	8.32	1.40
دو ایٹمی	N_2	20.8	29.1	8.32	1.40
سہ ایٹمی	H_2O	27.0	35.4	8.35	1.31
کثیر ایٹمی	CH_4	27.1	35.4	8.36	1.31

© NCERT not to be republished

مثال 13.8: ایک 44.8 لیٹر کی متعین گنجائش کے استوانے میں معیاری درجہ حرارت اور دباؤ پر ہیلیم گیس ہے۔ استوانے میں بھری گیس کے درجہ حرارت میں 15.0°C کا اضافہ کرنے کے لیے حرارت کی کتنی مقدار چاہیے ہوگی؟ $(R = 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1})$

جواب: گیس قانون: $PV=\mu RT$ استعمال کرکے آپ بہ آسانی معلوم کرسکتے ہیں کہ کسی بھی (کامل) گیس کا حجم معیاری درجہ حرارت (273K) اور دباؤ $(1\text{atm} = 1.01\times10^{5}\text{ Pa})$ پر 22.4 لیٹر ہوتا ہے۔ یہ عالمی حجم، مولی حجم کہلاتا ہے۔ اس لیے اس مثال میں دیے ہوئے استوانے میں، ہیلیم کے 2 مول ہیں۔ مزید، کیونکہ، ہیلیم یک ایٹمی ہے، اس کی پیشین گوئی کی گئی (تجربہ سے معلوم کی گئی)، مستقلہ حجم پر نوعی حرارت: $C_v = (3/2)\,R$، اور مستقلہ دباؤ پر نوعی حرارت: $C_p = (3/2)\,R + R = (5/2)\,R$۔ کیونکہ استوانے کا حجم متعین ہے، اس لیے درکار حرارت C_v سے معلوم کی جائے گی۔ اس لیے

درکار حرارت

(درجہ حرارت میں اضافہ)×(مولی نوعی حرارت)×(مولوں کی تعداد)=

$= 2\times1.5\,R\times15.0=45\,R$

$= 45\times8.31=374\text{ J}$

13.6.4 ٹھوس اشیا کی نوعی حرارت کی گنجائش (Specific heat capacity of solids)

ہم ٹھوس اشیا کی نوعی حرارت کی گنجائش معلوم کرنے کے لیے توانائی کی مساوی تقسیم کا قانون استعمال کرسکتے ہیں۔ N ایٹموں کا ایک ٹھوس لیجیے، جن میں سے ہر ایک ایٹم اپنے اوسط مقام کے گرد ارتعاش کررہا ہے۔ ایک ارتعاش کی اوسط توانائی: $2 \times ½\, k_BT = k_BT$ تین ابعاد میں، اوسط توانائی $3k_BT$ ہے۔ ٹھوس کے ایک مول کے لیے، $N = N_A$، اور کل توانائی ہے:

$$U = 3k_BT \times N_A = 3RT$$

اب متعین دباؤ پر، $\Delta Q = \Delta U + P\Delta V \cong \Delta U$،

کیونکہ ایک ٹھوس کے لیے ΔV نظرانداز کیا جاسکتا ہے۔ اس لیے

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U}{\Delta T} = 3R \qquad (13.37)$$

جدول 13.3 کچھ ٹھوس اشیا کی کمرہ درجہ حرارت اور فضائی دباؤ پر نوعی حرارت گنجائش

شے	نوعی حرارت $(\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1})$	مولی نوعی حرارت Heat $(\text{J mol}^{-1}\text{K}^{-1})$
المونیم	900.0	24.4
کاربن	506.5	6.1
تانبہ	386.4	24.5
سیسہ	127.7	26.5
چاندی	236.1	25.5
ٹنگسٹن	134.4	24.9

جیسا کہ جدول 13.3 سے ظاہر ہوتا ہے، عام درجہ حرارت پر پیشین گوئی عام طور سے تجربہ کے ذریعے معلوم کی گئی قدروں سے مطابقت رکھتی ہے۔ (کاربن ایک استثنیٰ ہے)

13.6.5 پانی کی نوعی حرارت کی گنجائش (Specific heat capacity of water)

ہم پانی کو ایک ٹھوس کی طرح برتتے ہیں۔ ہر ایٹم کے لیے اوسط توانائی $3k_BT$ ہے۔ پانی کے مالیکیول میں تین ایٹم ہیں، دو ہائیڈروجن کے اور ایک آکسیجن کا۔ اس لیے

$$U = 3\times3\,k_BT\times N_A = 9\,RT$$

اور

$$C=\Delta Q/\Delta T = \Delta U/\Delta T=9R$$

یہی وہ قدر ہے جو تجربہ سے معلوم ہوتی ہے اور مطابقت بہت اچھی ہے۔ کیلوری۔گرام۔ڈگری اکائیوں میں پانی کی نوعی حرارت، اس کی تعریف کے مطابق، اکائی ہے۔ کیونکہ، 1cal.=4.179 J اور پانی کا ایک مول=18gm، حرارتی گنجائش فی مول ہے: $\sim 75\text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1} \sim 9R$، لیکن زیادہ پیچیدہ مالیکیول، جیسے الکوحل، یا ایسی ٹون، کے لیے آزادی کے درجات پر مبنی توضیحات زیادہ پیچیدہ ہوجاتی ہیں۔

© NCERT not to be republished

آخر میں ہمیں، توانائی کی تقسیم کے کلاسیکی قانون پر مبنی نوعی حرارتوں کی پیشین گوئیوں کے ایک اہم رخ کو نوٹ کرنا چاہیے۔ پیشین گوئی کی گئی قدریں، درجۂ حرارت کے تابع نہیں ہیں۔ مگر جب ہم کم درجۂ حرارت پر جاتے ہیں تو اس پیشین گوئی سے قابل لحاظ اختلاف پایا جاتا ہے۔ تمام اشیا کی نوعی حرارتیں صفر پر پہنچ جاتی ہیں جیسے $T \to 0$۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ کم درجۂ حرارت پر، آزادی کے درجات جم جاتے ہیں اور غیر موثر ہو جاتے ہیں۔ کلاسیکی طبیعیات کے مطابق، آزادی کے درجات کو ہر وقت یکساں رہنا چاہیے۔ کم درجۂ حرارت پر نوعی حرارتوں کا برتاؤ، کلاسیکی طبیعیات کی کمیوں کو ظاہر کرتا ہے اور اس کی وضاحت کوانٹم تصورات کو شامل کر کے ہی کی جا سکتی ہے، جیسا کہ سب سے پہلے آئن سٹائن نے کیا۔ کوانٹم میکانیات کے مطابق ایک آزادی کے درجہ کو موثر ہونے کے لیے، توانائی کی کم ترین، غیر صفر مقدار چاہیے ہوتی ہے۔ یہی وجہ ہے کہ ارتعاشی آزادی کے درجات کچھ صورتوں میں ہی موثر ہوتے ہیں۔

13.7 وسط آزاد فاصلہ (MEAN FREE PATH)

ایک گیس میں مالیکیول کی چال کافی تیز، آواز کی رفتار کے درجے کی ہوتی ہے۔ پھر بھی باورچی خانے میں ایک استوانے سے رس رہی گیس کا کمرے کے دوسرے کناروں تک نفوذ ہونے میں قابل لحاظ وقت لگتا ہے۔ ایک دھویں کا بادل گھنٹوں تک ایک جگہ رہتا ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ ایک گیس میں مالیکیولوں کا ایک متناہی (Finite) گو کہ چھوٹا سائز ہوتا ہے، اس لیے ان میں تصادم ہونا لازمی ہے۔ نتیجتاً، وہ سیدھے بنا رکاوٹ کے حرکت نہیں کر سکتے۔ ان کے راستوں کا لگاتار انفراج ہوتا رہتا ہے۔

فرض کیجیے، ایک گیس کے مالیکیول، قطر d کے کُرّے ہیں۔ ایک واحد مالیکیول پر اپنی توجہ مرکوز کیجیے، جس کی اوسط رفتار $<v>$ ہے۔ یہ ہر اس مالیکیول سے ٹکرائے گا، جس کے مرکز سے اس کے مرکز کا فاصلہ 'd' کے اندر ہے۔ وقت Δt میں یہ حجم: $\pi d^2 <v> \Delta t$ عبور کرتا ہے، جس کے اندر کوئی بھی

دیکھنا ہی یقین کرنا ہے

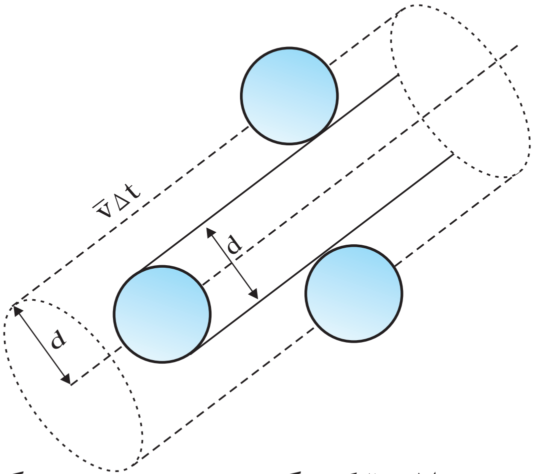
کیا کوئی ایٹموں کو ادھر ادھر دوڑتا دیکھ سکتا ہے۔ تقریباً لیکن اصل میں نہیں۔ ہم ایک پھول کے زردانوں (Pollen grains) کو پانی کے مالیکیولوں کے ذریعے ادھر ادھر ڈھکیلے جاتے دیکھ سکتے ہیں زردانوں کا سائز: $\sim 10^{-5}$ m ہوتا ہے۔ 1827 میں اسکاٹ ماہر نباتیات رابرٹ براؤن نے پانی میں لٹکے ہوئے زردانوں کی خوردبین کے ذریعے جانچ کرتے ہوئے نوٹ کیا کہ وہ لگاتار ایک ٹیڑھے ترچھے بے ترتیب انداز میں حرکت کرتے رہتے ہیں۔

نظریہ تحرک اس مظہر کی سادہ توضیح مہیا کرتا ہے۔ پانی میں ڈوبی ہوئی کسی بھی شے پر، پانی کے مالیکیول کے ذریعے ہر طرف سے لگاتار بمباری ہوتی رہتی ہے۔ کیونکہ مالیکیولوں کی حرکت بے ترتیب ہوتی ہے، اس لیے شے کو ایک طرف سے ٹکر مارنے والے مالیکیولوں کی تعداد دوسری طرف سے ٹکر مارنے والے مالیکیولوں کی تعداد کے مساوی ہوتی ہے۔ ان مالیکیولی ٹکڑوں کے درمیان معمولی فرق، ایک عام سائز کی شے کے لیے، مالیکیولیائی ٹکڑوں کی تعداد کے مقابلے میں قابل نظر انداز ہوتا ہے، اس لیے ہم شے میں کوئی حرکت نہیں محسوس کرتے۔

جب شے کافی چھوٹی ہوتی ہے، لیکن خوردبین کے ذریعے دیکھے جانے کے قابل ہوتی ہے، مختلف سمتوں سے، اس پر لگنے والی مالیکیولیائی ٹکڑوں میں فرق پوری طرح قابل نظر انداز نہیں ہوتا، یعنی کہ ڈوبی ہوئی شے کو وسیلے (Medium) کے مالیکیولوں (پانی یا کوئی اور سیال) کی مسلسل بمباری کے ذریعے دیے گئے جھٹکوں (Impulses) اور پیچوں (Torques) کا حاصل جمع، بالکل درست طور پر، صفر نہیں ہوتا۔ اس یا اس سمت میں ایک کل جھٹکا اور پیچ ہوتا ہے۔ اس لیے، ڈوبی ہوئی شے آڑھی ترچھی طرز پر بے ترتیب حرکت کرتی ہے۔ یہ حرکت، جو "براؤنین حرکت" کہلاتی ہے، مالیکیولیائی سرگرمی کا نظر آنے والا ثبوت ہے۔ پچھلے تقریباً 50 سالوں کے درمیان اسکینگ۔ سُرنگیائی خردبینوں اور دوسری خاص طور پر بنائی گئی دوربینوں کے ذریعے مالیکیولوں کو دیکھا بھی جا سکا ہے۔

1987 میں ایک مصری سائنس داں، احمد زی ویل نے امریکہ میں کام کرتے ہوئے نہ صرف مالیکیولوں بلکہ ان کے تفصیلی باہم عملوں کا بھی مشاہدہ کیا۔ انہوں نے ان پر بہت ہی مختصر وقفوں کے لیے لیزر روشنی کی شعاعیں ڈالیں۔ یہ وقفہ فیم ٹو سیکنڈ کی دہائی کے درجہ کا تھا اور ان کے فوٹو گراف لیے۔ (1 فیم ٹو سیکنڈ $= 10^{-15}$ S) اس تکنیک سے کیمیائی بندوں کے بننے اور ٹوٹنے کا مطالعہ بھی کیا جا سکتا ہے۔ یہ صحیح معنوں میں دیکھنا ہی ہے۔

© NCERT not to be republished



شکل 13.7: ایک مالیکیول کے ذریعے وقت ΔT میں عبور کیا گیا حجم ۔ ΔT وہ وقت ہے، جس میں کوئی مالیکیول اس سے ٹکرائے گا۔

مالیکیول اس سے ٹکرائے گا (شکل 13.7)۔ اگر n، مالیکیولوں کی تعداد فی اکائی حجم ہے تو مالیکیول سے $n\pi d^2 <v> \Delta t$ تصادم، وقت Δt میں ہوتے ہیں۔ اس لیے، تصادم کی شرح: $n\pi d^2 <v>$ ہے یا دو لگاتار تصادموں کے درمیان لگنے والا اوسط وقت ہے۔

$$\tau = 1/(n\pi <v> d^2) \qquad (13.38)$$

دو لگاتار تصادموں کے درمیان اوسط فاصلہ جو وسط آزاد فاصلہ (mean free path) کہلاتا ہے:

$$l = <v> \tau = 1/(n\pi d^2) \qquad (13.39)$$

(13.39) اخذ کرنے میں، ہم نے باقی مالیکیولوں کو حالت سکون میں تصور کیا تھا۔ لیکن دراصل تمام مالیکیول حرکت کر رہے ہیں اور تصادم کی شرح مالیکیول کی اوسط اضافی رفتار سے معلوم کی جاتی ہے۔ اس لیے مساوات (13.38) میں ہمیں $<\upsilon>$ کی $<\upsilon_r>$ رکھنا ہوگا۔ ایک زیادہ درست طریقہ سے حاصل ہوتا ہے:

$$l = 1/\left(\sqrt{2}\, n\pi d^2\right) \qquad (13.40)$$

آیئے، ہوا کے ان مالیکیولوں کے لیے l اور τ کا تخمینہ لگائیں، جن کی اوسط رفتار $<\upsilon>=(485 m/s)$ ہے۔ STP پر،

$$n = \frac{\left(0.02 \times 10^{23}\right)}{\left(22.4 \times 10^{-3}\right)}$$

$$= 2.7 \times 10^{25} m^{-3}$$

$d = 2 \times 10^{-10} m$ کے لیے

$$\tau = 6.1 \times 10^{-10} s$$

$$l = 2.9 \times 10^{-7}\ m \approx 1500d \qquad (13.41)$$

جیسی امید تھی، مساوات (13.40) کے ذریعے دیا گیا وسط آزاد فاصلہ عددی کثافت اور مالیکیول کے ناپ کے معکوس تابع ہے۔ ایک بہت زیادہ خلاء کی گئی نلی میں n کافی چھوٹا ہوگا اور l نلی کی لمبائی کے برابر بھی ہوسکتا ہے۔

مثال 13.9 373K پر پانی کے اجزات میں، پانی کے مالیکیول کے وسط آزاد فاصلے کا تخمینہ لگایئے۔ مشق 13.1 اور مساوات (13.41) میں دی ہوئی اطلاعات استعمال کیجیے۔

جواب: پانی کے اجزات کے لیے، 'd' کی قدر وہی ہے جو ہوا کے لیے ہے۔ عددی کثافت، T کے معکوس متناسب ہے:

وسط آزاد فاصلہ $l = 4 \times 10^{-7} m$

$$n = 2.7 \times 10^{25} \times \frac{273}{373} = 2 \times 10^{25} m^{-3}$$

نوٹ کریں کہ وسط آزاد فاصلہ، بین ایٹمی فاصلہ $(4 \times 10^{-9} = 40 Å)$ کا 100 گنا ہے۔ وسط آزاد فاصلے کی یہ بڑی قدر ہی ہے جو گیسوں کے مخصوص برتاؤ کی وجہ ہے۔ گیسوں کو ایک برتن میں بند کیے بغیر ایک جگہ نہیں روکا جاسکتا۔ گیسوں کے نظریہ تحرک کو استعمال کرکے جسیم، قابل پیائش خاصیتوں: لزوجت، حراری ایصالیت اور نفوذ وغیرہ کو، خوردبینی پیرامیٹروں جیسے مالیکیولیائی سائز سے رشتوں میں منسلک کیا جا سکتا ہے۔ ایسے رشتوں کے ذریعے ہی مالیکیولیائی سائزوں کا سب سے پہلے تخمینہ لگا گیا۔

خلاصہ

1. دباؤ P، حجم V اور مطلق درجہ حرارت T کے درمیان رشتہ دینے والی کامل گیس مساوات ہے:

$$PV = \mu RT = k_B NT$$

© NCERT not to be republished

جہاں μ مولوں کی تعداد اور N مالیکیولوں کی تعداد ہے۔R اور k_B عالمی مستقلے ہیں۔

$$R = 8.314\ J\ mol^{-1}\ K^{-1},\ k_B = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23}\ JK^{-1}$$

حقیقی گیسیں، کامل گیس مساوات کو صرف تقریبی طور پر ہی مطمئن کرتی ہیں۔کم درجۂ حرارت اور زیادہ دباؤ پر بہتر طور پر۔

.2 کامل گیس کے نظریہ تحرک سے رشتہ حاصل ہوتا ہے: $P = \frac{1}{3} n m \overline{v^2}$

جہاں n، مالیکیول کی عددی کثافت، m مالیکیول کی کمیت اور $\overline{v^2}$، چال کے مربع کا اوسط ہے۔کامل گیس مساوات کے ساتھ ملانے پر، یہ رشتہ درجۂ حرارت کی تحرکی وضاحت فراہم کرتا ہے۔

$$\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} k_B T \qquad v_{rms} = \left(\overline{v^2}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$$

یہ ہمیں بتاتا ہے کہ ایک گیس کا درجۂ حرارت، اس کے مالیکیول کی اوسط حرکی توانائی کا ناپ ہے، جو گیس یا مولیکیول کی طبع کے تابع نہیں ہے۔ایک متعین درجۂ حرارت پر، گیسوں کے ایک آمیزہ میں مقابلتاً بھاری مالیکیول کی اوسط چال مقابلتاً کم ہوتی ہے۔

.3 انتقالی حرکی توانائی ہے: $E = \frac{3}{2} k_B NT$

اس سے حاصل رشتہ ہے: $PV = \frac{2}{3} E$

.4 توانائی کی مساوی تقسیم کے قانون کا بیان ہے کہ اگر ایک نظام مطلق درجۂ حرارت T پر، حالتِ توازن میں ہے تو کل توانائی جاذبیت کی مختلف وضعوں میں مساوی طور پر تقسیم ہوتی ہے۔ہر وضع میں پائی جانے والی توانائی $½k_BT$ ہوتی ہے۔ہر ارتعاشی تعدد کی توانائی کی دو وضعیں ہوتی ہیں۔(حرکی اور بالقوۃ) جن سے مطابقت رکھنے والی توانائی ہے: $2 \times ½k_BT = k_BT$۔

.5 توانائی کی مساوی تقسیم کے قانون کو استعمال کرتے ہوئے، گیسوں کی مولائی نوعی حرارتیں معلوم کی جاسکتی ہیں اور یہ قدریں، تجربے کے ذریعے معلوم کی گئی گیسوں کی نوعی حرارت کی قدروں سے مطابقت رکھتی ہیں۔مطابقت کو، حرکت کی ارتعاشی وضعوں کو شامل کرکے، اور بہتر بنایا جاسکتا ہے۔

.6 وسط آزادی فاصلہ وہ اوسط فاصلہ l ہے جو ایک مالیکیول دو لگاتار تصادم کے درمیان طے کرتا ہے:

$$\bar{l} = \frac{1}{\sqrt{2}\, n \pi d^2}$$

جہاں n عددی کثافت اور d مالیکیول کا قطر ہے۔

قابل غور نکات (POINTS TO PONDER)

.1 سیال کا دباؤ صرف برتن کی دیواروں پر نہیں پڑتا۔دباؤ سیال میں ہر مقام پر ہوتا ہے۔ایک برتن کے حجم میں گیس کی ایک پرت اس لیے توازن میں ہوتی ہے کیونکہ پرت کے دونوں طرف دباؤ یکساں ہوتا ہے۔

.2 ہمیں ایک گیس میں بین مالیکیولیائی فاصلے کا مبالغہ آمیز تصور نہیں رکھنا چاہیے۔عام درجۂ حرارت اور دباؤ پر یہ ٹھوس اور رقیق

اشیا میں بین ایٹمی فاصلے کا صرف دس گنا (یا اس کے قریب) ہوتا ہے۔ جو مختلف چیز ہے وہ ہے وسط آزاد فاصلہ، جو ایک گیس میں بین ایٹمی فاصلے کا 100 گنا اور مالیکیول کے سائز کا 1000 گنا ہوتا ہے۔

3. توانائی کی مساوی تقسیم کا بیان ہے: حرارتی توازن میں، ہر آزادی کے درجہ کے لیے توانائی $\frac{1}{2}k_BT$ ہوتی ہے۔ ایک مالیکیول کی کل توانائی کی عبارت میں شامل ہر دو درجی رکن کو بہ طور ایک آزادی کے درجہ شمار کیا جاتا ہے۔ اس لیے ہر ارتعاشی وضع 2 (1 نہیں) آزدی کے درجات (حرکی اور بالقوۃ توانائی وضعیں) مہیا کرتی ہے، جن کی مطابق توانائی ہے:

$$2 \times \frac{1}{2}k_BT = k_BT$$

4. ایک کمرے میں ہوا کے سب مالیکیول فرش پر نہیں گرتے اور اکٹھا ہوتے (کشش زمین کی وجہ سے) کیونکہ ان کی رفتار بہت زیادہ ہوتی ہے اور وہ لگا تار تصادم کر رہے ہوتے ہیں۔ حالت توازن میں، نچلی اونچائیوں پر کثافت میں بہت کم اضافہ ہوتا ہے (جیسا کہ فضا میں ہوتا ہے) یہ اثر اس لیے کم ہے کیونکہ معمولی اونچائیوں کے لیے توانائی بالقوۃ (mgh) مالیکیولوں کی اوسط حرکی توانائی $(\frac{1}{2}mv^2)$ سے بہت کم ہے۔

5. $<v^2>$ ہمیشہ $<v>^2$ کے مساوی نہیں ہوتا۔ ایک مربع کی ہوئی مقدار کا اوسط ضروری نہیں ہے کہ اوسط کے مربع کے مساوی ہو۔ کیا آپ اس بیان کے لیے مثالیں تلاش کر سکتے ہیں۔

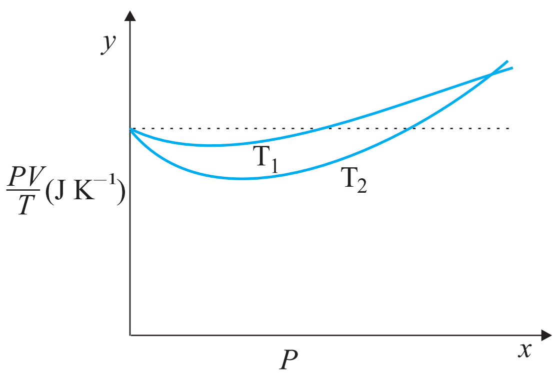
© NCERT not to be republished

مشق

13.1 آکسیجن گیس کے ذریعے STP پر گھیرے گئے اصل حجم سے، مالیکیولیائی حجم کی کسر کا تخمینہ لگائیے۔ ایک آکسیجن کے مالیکیول کا نصف قطر 3 Å لیجیے۔

13.2 مولی حجم وہ حجم ہے جو کسی (کامل) گیس کے ایک مول کے ذریعے، معیاری درجہ حرارت اور دباؤ پر گھیرا جاتا ہے۔ (STP: 1 atm, 0°C)۔ دکھائیے کہ یہ 22.4 لیٹر ہے۔

13.3 شکل 13.8 میں، دو مختلف درجہ حرارت پر، 1.00×10^{-3} kg آکسیجن گیس کے PV/T بر خلاف P گراف دکھائے گئے ہیں۔



شکل 13.8

(a) نقطہ دار گراف کیا دکھاتا ہے؟

(b) کیا صادق ہے: $T_1 > T_2$ یا $T_1 < T_2$

(c) y- محور پر جہاں منحنی ملتے ہیں، اس نقطہ پر PV/T کی قدر کیا ہے؟

(d) اگر 1.00×10^{-3} kg ہائیڈروجن کے لیے بھی تشاکل گراف حاصل کیے جائیں تو یہاں ہمیں اس نقطہ پر جہاں دونوں منحنی y- محور پر ملتے ہیں، PV/T کی یکساں قدر حاصل ہوگی؟ اگر نہیں، تو ہائیڈروجن کی کس مقدار کے لیے یہ قدر یکساں ہوگی (گراف کے کم دباؤ اور زیادہ درجۂ حرارت والے حصے میں)؟ $H_2 = 2.02$ u کی مالیکیولیائی کمیت، $O_2 = 32.0$ u، کی مالیکیولیائی کمیت، $R = 8.31\ J\ mol^{-1}\ K^{-1}$۔

13.4 ایک استوانے میں بھری آکسیجن کا حجم 30 لیٹر اور آغازی گیج دباؤ 15atm اور درجۂ حرارت 27°C ہے۔ جب استوانے میں سے کچھ آکسیجن نکال لی جاتی ہے تو گیج دباؤ 11 atm اور درجۂ حرارت 17°C ہو جاتا ہے۔ استوانے میں سے نکالی گئی آکسیجن کی کمیت کا حساب لگائیے۔ ($R = 8.31\ J\ mol^{-1}\ K^{-1}$، $O_2 = 32$u کی مالیکیولیائی کمیت)۔

13.5 $1.0cm^{-3}$ حجم کا ایک ہوا کا بلبلہ، 40m گہری جھیل کی تلی سے اٹھتا ہے جہاں درجۂ حرارت 12°C ہے۔ جب وہ سطح پر پہنچے گا تو اس کا حجم کتنا ہو جائے گا؟ سطح کا درجۂ حرارت 35°C ہے۔

13.6 ایک $25.0\ m^{-3}$ گنجائش کے کمرے میں، 27°C درجۂ حرارت اور 1 atm دباؤ پر ہوا کے کل مالیکیولوں کی تعداد کا تخمینہ لگائیے۔ (جس میں آکسیجن، نائٹروجن، پانی کے ابخرات اور دوسرے اجزاء ترکیبی شامل ہیں)۔

13.7 مندرجہ ذیل صورتوں میں ایک ہیلیم ایٹم کی اوسط حرارتی توانائی کا تخمینہ لگائیے۔

(i) کمرہ درجۂ حرارت (27°C) پر (ii) سورج کی سطح کے درجۂ حرارت پر (6000K) (iii) ایک کروڑ کیلون درجۂ حرارت پر (ایک ستارے کے قالب کا مخصوص درجۂ حرارت)

13.8 تین برتنوں میں، جن کی گنجائشیں یکساں ہیں، یکساں درجۂ حرارت اور دباؤ پر مختلف گیسیں بھری ہیں۔ پہلے میں نیون (ایک ایٹمی)، دوسرے میں کلورین (دو ایٹمی) اور تیسرے میں یورینیم ہیکسا فلورائڈ (کثیر ایٹمی) ہے۔ (a) کیا برتنوں میں مطابق مالیکیولوں کی تعداد یکساں ہے۔ (b) کیا تینوں صورتوں میں مالیکیولوں کی جذر اوسط مربع چال یکساں ہے (c) اگر نہیں تو کس صورت میں v_{rms} سب سے زیادہ ہے۔

13.9 کس درجۂ حرارت پر آرگن گیس استوانے کے ایٹم کی جذر اوسط مربع چال، (–20°C) پر ہیلیم گیس ایٹم کی rms چال کے مساوی ہوگی؟ 39.9u = آرگن کی ایٹمی کمیت، He = 28.0u کی ایٹمی کمیت۔

13.10 ایک استوانے میں 2.0atm دباؤ اور 17°C درجۂ حرارت پر نائٹروجن گیس بھری ہے۔ اس استوانے میں ایک نائٹروجن مالیکیول کے وسط آزاد فاصلے اور تصادم تعداد کا تخمینہ لگائیے۔ ایک نائٹروجن مالیکیول کا نصف قطر، موٹے طور پر، 1.0 Å مان لیجیے۔ تصادم میں لگنے والے وقت کا اس وقت سے مقابلہ کیجیے جس میں دو لگاتار تصادموں کے دوران مالیکیول آزادانہ حرکت کرتا ہے۔ ($N_2 = 28.0$ u کی مالیکیولیائی کمیت)

© NCERT not to be republished

اضافی مشق

13.11 ایک میٹر لمبی، پتلی نال میں جو افقی رکھی ہے (اور ایک سرے پر بند ہے) 76cm لمبا پارہ کا ڈورا ہے، جو 15cm ہوا کے کالم کو بند کیے ہوئے ہے۔ کیا ہوگا اگر ٹیوب کو انتصابی کھڑا کیا جائے اور اس کا کھلا سرا نیچے رکھا جائے؟

13.12 ایک آلہ کے ذریعے، ہائیڈروجن کے نفوذ کی شرح ناپی گئی۔ اوسط قدر $28.7\ cm^3\ s^{-1}$ ہے۔ ایک دوسری گیس کے نفوذ کی شرح کی، یکساں شرائط کے تحت اوسط قدر $7.2\ cm^3\ s^{-1}$ ہے۔ گیس کی شناخت کیجیے۔

[اشارہ: گراہم کا نفوذ کے قانون استعمال کیجیے $R_1/R_2 = (M_2/M_1)^{1/2}$ جہاں R_1 اور R_2 گیس 1 اور گیس 2 کے نفوذ کی شرحیں ہیں M_1 اور M_2 ان کی مطابق مالیکیولیائی کمیتیں ہیں۔ یہ قانون نظریہ تحرک کا سادہ نتیجہ ہے۔

13.13 حالتِ توازن میں، ایک گیس کی کثافت اور اس کا دباؤ اس کے پورے حجم میں یکساں ہوتے ہیں۔ یہ بالکل درست طور پر جب ہی صادق آتا ہے، جب کوئی باہری اثرات نہ ہوں۔ مثلاً ایک گیس کالم میں، جو ارضی کشش کے زیر اثر ہے، یکساں کثافت (اور دباؤ) نہیں ہوتی۔ جیسی کہ آپ کو امید ہوگی، اس کی کثافت اونچائی کے ساتھ کم ہوتی جاتی ہے۔ بالکل درست انحصار، فضاؤں کے قانون (Law of atmospheres) کہلانے والے اس رشتہ سے دیا جاتا ہے:

$$n_2 = n_1\ exp\ [-mg\ (h_2 - h_1)/\ k_B T]$$

جہاں n_2 اور n_1 بالترتیب، اونچائی h_2 اور h_1 پر عددی کثافت ہے۔ اس رشتہ کو استعمال کر کے، رقیق کالم میں ایک ڈوبی ہوئی شے کے تل نشینی توازن (Sedimentation equilibrium) کی مساوات اخذ کیجیے۔

$$n_2 = n_1\ exp\ [-mg\ N_A (\rho - p^{-1})(h_2 - h_1)/\ k_B T]$$

جہاں ρ، ڈوبے ہوئے ذرے کی کثافت ہے اور ρ' اسے گھیرے ہوئے وسیلے کی۔ (N_A ایوو گیڈرو عدد ہے اور R آفاقی گیس مستقلہ][اشارہ] آرشمیدس کا اصول استعمال کر کے، ڈوبی ہوئی شے کا ظاہری وزن معلوم کیجیے۔

13.14 نیچے کچھ ٹھوس اور رقیق اشیا کی کثافتیں دی گئی ہیں۔ ان کے ایٹموں کے سائز کے موٹے تخمینے لگایئے۔

شے	ایٹمی کمیت (u)	کثافت $(10^{-3}\ kg\ m^{-3})$
کاربن (ہیرا)	12.01	2.22
سونا	197.00	19.32
نائٹروجن (رقیق)	14.01	1.00
لیتھیم	6.94	0.53
فلورین	19.00	1.14

[اشارہ: ٹھوس یا رقیق ہیئت میں ایٹموں کو مضبوطی سے بندھا ہوا فرض کر لیجیے اور ایوو گیڈرو عدد کی معلوم قدر استعمال کیجیے۔ لیکن آپ ایٹمی سائزوں کے لیے جو اعداد حاصل کریں انہیں مختلف ایٹموں کا اصل سائز نہ سمجھیے گا۔ کیونکہ مضبوطی سے بندھے ہونے کا مفروضہ، ادھوری حقیقت ہے۔ یہ نتائج صرف یہ ظاہر کرتے ہیں کہ ایٹمی سائز Å کی سعت میں ہوتے ہیں۔

© NCERT not to be republished