

अभ्यासों के उत्तर

अध्याय 9

- 9.1** $v = -54 \text{ cm}$ । प्रतिबिंब वास्तविक, उलटा तथा आवर्धित है। प्रतिबिंब का साइज 5.0 cm है। जब $u \rightarrow f$, $v \rightarrow \infty$; $u < f$ के लिए प्रतिबिंब आभासी बनेगा।
- 9.2** $v = 6.7 \text{ cm}$ । आवर्धन $= 5/9$, अर्थात प्रतिबिंब का साइज 2.5 cm है। जैसे ही $u \rightarrow \infty$; $v \rightarrow f$ (परंतु फोकस से आगे कभी नहीं बढ़ता) जबकि $m \rightarrow 0$
- 9.3** 1.33 ; 1.7 cm
- 9.4** $n_{ga} = 1.51$; $n_{wa} = 1.32$; $n_{gw} = 1.144$; जिससे $\sin r = 0.6181$ अर्थात $r \simeq 38^\circ$ प्राप्त होता है।
- 9.5** $r = 0.8 \times \tan i_c$ तथा $\sin i_c = 1/1.33 \simeq 0.75$, जहाँ r सबसे बड़े वृत्त की त्रिज्या मीटर में है तथा i_c पानी-वायु अंतरापृष्ठ के लिए क्रांतिक कोण है। क्षेत्रफल $= 2.6 \text{ m}^2$
- 9.6** $n \simeq 1.53$ तथा जल में प्रिज्म के लिए $D_m \simeq 10^\circ$
- 9.7** $R = 22 \text{ cm}$
- 9.8** यहाँ बिंब आभासी तथा प्रतिबिंब वास्तविक है। $u = +12 \text{ cm}$ (बिंब दाहिनी ओर है; आभासी)
 (a) $f = +20 \text{ cm}$ । प्रतिबिंब वास्तविक है तथा लेंस से 7.5 cm दूर दाहिनी ओर है।
 (b) $f = -16 \text{ cm}$ । प्रतिबिंब वास्तविक है तथा लेंस से 48 cm दूर दाहिनी ओर है।
- 9.9** $v = 8.4 \text{ cm}$ । प्रतिबिंब सीधा तथा आभासी है। यह साइज में छोटा है, साइज $= 1.8 \text{ cm}$ । जैसे $u \rightarrow \infty$, $v \rightarrow f$ (लेकिन f से आगे नहीं जाता जबकि $m \rightarrow 0$)।
 ध्यान दीजिए, जब वस्तु अवतल लेंस ($f = 21 \text{ cm}$) के फोकस पर रखी होती है, तब उसका प्रतिबिंब लेंस से 10.5 cm दूर बनता है (अनंत पर नहीं बनता जैसा कि गलती से कोई सोच सकता है)।
- 9.10** 60 cm फोकस दूरी का अपसारी लेंस।
- 9.11** (a) $v_e = -25 \text{ cm}$ तथा $f_e = 6.25 \text{ cm}$ से $u_e = -5 \text{ cm}$; $v_o = (15 - 5) \text{ cm} = 10 \text{ cm}$ प्राप्त होता है,
 $f_o = u_o = -2.5 \text{ cm}$; आवर्धन क्षमता $= 20$
 (b) $u_o = -2.59 \text{ cm}$; आवर्धन क्षमता $= 13.5$
- 9.12** 25 cm दूरी पर प्रतिबिंब बनने के लिए नेत्रिका का कोणीय आवर्धन
 $= \frac{25}{2.5} + 1 = 11$; $|u_e| = \frac{25}{11} \text{ cm} = 2.27 \text{ cm}$; $v_o = 7.2 \text{ cm}$
 पृथकन दूरी $= 9.47 \text{ cm}$; आवर्धन क्षमता $= 88$

9.13 24; 150 cm

9.14 (a) कोणीय आवर्धन = 1500

(b) प्रतिबिंब का व्यास = 13.7 cm

9.15 वांछित परिणाम ज्ञात करने के लिए दर्पण के समीकरण तथा दर्पण की सीमा का प्रयोग कीजिए।

(a) $f < 0$ (अवतल दर्पण); $u < 0$ (बिंब बाईं ओर)

(b) $f > 0$ के लिए; $u < 0$

(c) $f > 0$ (उत्तल दर्पण) तथा $u < 0$

(d) $f < 0$ (अवतल दर्पण); $f < u < 0$

9.16 पिन 5.0 cm ऊपर उठी हुई प्रतीत होती है। यह स्पष्ट प्रकाश किरण आरेख द्वारा देखा जा सकता है कि उत्तर काँच के गुटके की स्थिति पर निर्भर नहीं करता (छोटे आपतन कोणों के लिए)।

9.17 (a) $\sin i'_c = 1.44/1.68$ जिससे $i'_c = 59^\circ$ प्राप्त होता है। पूर्ण आंतरिक परावर्तन

$i > 59^\circ$ अथवा जब $r < r_{\max} = 31^\circ$ पर होता है। अब, $(\sin i_{\max} / \sin r_{\max}) = 1.68$, जिससे $i_{\max} \simeq 60^\circ$ प्राप्त होता है। इस प्रकार कोण के परिसर $0 < i < 60^\circ$ की सभी आपतित किरणों का पाइप में पूर्ण आंतरिक परावर्तन होगा (यदि पाइप की लंबाई परिमित है, जो कि व्यवहार में होती है, तब i पर निम्न सीमा पाइप के व्यास तथा उसकी लंबाई के अनुपात द्वारा निर्धारित होगी।)

(b) यदि कोई बाह्य आवरण नहीं है, जो $i'_c = \sin^{-1}(1/1.68) = 36.5^\circ$ । अब, $i = 90^\circ$ के लिए $r = 36.5^\circ$ तथा $i' = 53.5^\circ$ होंगे, जो i'_c से अधिक है। इस प्रकार [परिसर में सभी आपतित किरणें ($53.5^\circ < i < 90^\circ$)] पूर्ण आंतरिक परावर्तित होंगी।

9.18 (a) किसी समतल अथवा उत्तल दर्पण के 'पीछे' किसी बिंदु पर अभिसरित किरणें दर्पण के सामने परदे पर किसी बिंदु पर परावर्तित हो जाती हैं। दूसरे शब्दों में, कोई समतल दर्पण अथवा उत्तल दर्पण आभासी बिंब के लिए वास्तविक प्रतिबिंब उत्पन्न कर सकता है। कोई उचित प्रकाश किरण आरेख खींचकर स्वयं को संतुष्ट कीजिए।

(b) जब परावर्तित अथवा अपवर्तित किरणें अपसारी होती हैं तो प्रतिबिंब आभासी होता है। अपसारी किरणों को उचित अभिसारी लेंस की सहायता से परदे पर अभिसरित किया जा सकता है। नेत्र का आभासी लेंस ठीक यही करता है। यहाँ आभासी प्रतिबिंब लेंस के लिए बिंब की भाँति कार्य करता है और वास्तविक प्रतिबिंब बनता है। ध्यान दीजिए, यहाँ आभासी प्रतिबिंब की स्थिति पर परदे को अवस्थित नहीं किया जाता है। यहाँ कोई अपवाद नहीं है।

(c) अधिक लंबा।

(d) लगभग अभिलंबतः देखने की तुलना में तिरछे देखने के लिए आभासी गहराई कम हो जाती है। प्रेक्षक की विभिन्न स्थितियों के लिए प्रकाश किरण आरेख खींचकर इस तथ्य को स्वयं स्वीकार कीजिए।

(e) हीरे का अपवर्तनांक लगभग 2.42 होता है जो सामान्य काँच के अपवर्तनांक (लगभग 1.5) से काफी अधिक होता है। हीरे का क्रांतिक कोण लगभग 24° है जो काँच के क्रांतिक कोण की अपेक्षा काफी कम है। कोई हीरे को तराशने वाला दक्ष व्यक्ति आपतन कोण (हीरे के भीतर) के बड़े परिसर 24° से 90° का लाभ यह सुनिश्चित करने में उठा लेता है कि हीरे से बाहर निकलने से पूर्व प्रकाश कई फलकों से पूर्ण परावर्तित हो—इस प्रकार से कि हीरे का चमकदार प्रभाव उत्पन्न हो।

9.19 परदे तथा वस्तु के बीच निश्चित दूरी s के लिए, लेंस समीकरण उस स्थिति में u तथा v के लिए वास्तविक हल प्रदान नहीं करती, जब f का मान $s/4$ से अधिक होता है।

अतः $f_{\max} = 0.75 \text{ m}$

9.20 21.4 cm

9.21 (a) (i) मान लीजिए कि कोई समांतर प्रकाश-पुंज बाईं ओर से पहले उत्तल लेंस पर आपतित होता है। तब

$f_1 = 30 \text{ cm}$, $u_1 = -\infty$ से प्राप्त होता है $v_1 = +30 \text{ cm}$ । यह प्रतिबिंब दूसरे लेंस के लिए आभासी बिंब बन जाता है।

$f_2 = -20 \text{ cm}$, $u_2 = + (30 - 8) \text{ cm} = +22 \text{ cm}$, जिससे $v_2 = -220 \text{ cm}$ प्राप्त होता है। समांतर आपतित किरण-पुंज दो लेंसों के निकाय के केंद्र से 216 cm दूर किसी बिंदु से अपसारित होता प्रतीत होता है।

(ii) मान लीजिए कि कोई समांतर प्रकाश-पुंज बाईं ओर से पहले अवतल लेंस पर आपतित होता है। तब $f_1 = -20 \text{ cm}$, $u_1 = -\infty$ से प्राप्त होता है $v_1 = -20 \text{ cm}$ । यह प्रतिबिंब दूसरे लेंस के लिए वास्तविक बिंब बन जाता है। $f_2 = +30 \text{ cm}$, $u_2 = - (20 + 8) \text{ cm} = -28 \text{ cm}$, से $v_2 = -420 \text{ cm}$ प्राप्त होता है। समांतर प्रकाश-पुंज दो लेंसों के तंत्र के मध्य बिंदु की बाईं ओर से 416 cm दूर स्थित बिंदु से अपसारित होता प्रतीत होता है।

स्पष्ट है कि उत्तर इस पर निर्भर करता है कि लेंस तंत्र के किस ओर समांतर प्रकाश-पुंज आपतित होता है। साथ ही, हमारे पास कोई ऐसी सरल लेंस समीकरण नहीं है जो सभी u (तथा v) के मानों के लिए, निकाय के निश्चित नियतांक के पदों में सत्य हो। (निकाय के स्थिरांक f_1 तथा f_2 तथा दोनों लेंसों के बीच पृथक् दूरी द्वारा निर्धारित होते हैं।) प्रभावी फोकस दूरी की धारणा, इसलिए इस तंत्र के लिए अर्थपूर्ण प्रतीत नहीं होती।

(b) $u_1 = -40 \text{ cm}$, $f_1 = 30 \text{ cm}$ से $v_1 = 120 \text{ cm}$ प्राप्त होता है।

पहले (उत्तल) लेंस के कारण आवर्धन का परिमाण $= 120/40 = 3$

$u_2 = + (120 - 8) \text{ cm} = +112 \text{ cm}$ (बिंब आभासी)

$f_2 = -20 \text{ cm}$ से $v_2 = -\frac{112 \times 20}{92} \text{ cm}$ प्राप्त होता है।

अर्थात् दूसरे (अवतल) लेंस के कारण आवर्धन का परिमाण $= 20/92$

आवर्धन का नेट परिमाण $= 3 \times (20/92) = 0.652$

प्रतिबिंब का साइज $= 0.652 \times 1.5 \text{ cm} = 0.98 \text{ cm}$

9.22 यदि प्रिज्म में अपवर्तित किरण दूसरे फलक पर क्रांतिक कोण i_c पर आपतित होती है तो, पहले फलक पर अपवर्तन कोण r का मान $(60^\circ - i_c)$ होता है।

अब $i_c = \sin^{-1} (1/1.524) \simeq 41^\circ$

अतः $r = 19^\circ$ तथा $\sin i = 0.4962$, तथा $i = \sin^{-1} 0.4965 \simeq 30^\circ$ ।

9.23 (a) $\frac{1}{v} + \frac{1}{9} = \frac{1}{10}$, अर्थात् $v = -90 \text{ cm}$

आवर्धन का परिमाण $= 90/9 = 10$

आभासी प्रतिबिंब में प्रत्येक वर्ग का क्षेत्रफल $= 10 \times 10 \times 1 \text{ mm}^2 = 100 \text{ mm}^2 = 1 \text{ cm}^2$

(b) आवर्धन क्षमता $= 25/9 = 2.8$

(c) नहीं, किसी लेंस द्वारा आवर्धन तथा किसी प्रकाशिक यंत्र की कोणीय आवर्धन [अथवा आवर्धन क्षमता] दो भिन्न अभिधारणाएँ हैं। कोणीय आवर्धन वस्तु के कोणीय साइज (जो कि प्रतिबिंब के आवर्धित होने पर प्रतिबिंब के कोणीय साइज के बराबर होता है।) तथा उस

स्थिति में वस्तु के कोणीय साइज़ (जबकि उसे निकट बिंदु 25 cm पर रखा जाता है), का अनुपात होता है। इस प्रकार, आवर्धन का परिमाण $|v/u|$ होता है तथा आवर्धन क्षमता $(25/|u|)$ होती है। केवल तब जब प्रतिबिंब निकट बिंदु पर $|v| = 25 \text{ cm}$ पर है तो केवल तभी दोनों राशियाँ समान होती हैं।

- 9.24** (a) प्रतिबिंब के निकट बिंदु (25 cm) पर बनने पर अधिकतम आवर्धन क्षमता प्राप्त होती है। अतः

$$u = -7.14 \text{ cm}$$

(b) आवर्धन का परिमाण $= (25/|u|) = 3.5$

(c) आवर्धन क्षमता $= 3.5$

हाँ, आवर्धन क्षमता (जब प्रतिबिंब 25 cm पर बनता है) आवर्धन के परिमाण के समान होती है।

9.25 आवर्धन $\sqrt{(6.25/1)} = 2.5$

$v = +2.5 u$; अतः

$$+\frac{1}{2.5u} - \frac{1}{u} = \frac{1}{10}$$

अर्थात् $u = -6 \text{ cm}$

$|v| = 15 \text{ cm}$

आभासी प्रतिबिंब सामान्य निकट बिंदु (25 cm) से भी पास बनता है तथा इसे नेत्र स्पष्ट नहीं देख सकता।

- 9.26** (a) यदि प्रतिबिंब का निरपेक्ष साइज़ वस्तु के साइज़ से बड़ा भी है, तो भी प्रतिबिंब का कोणीय साइज़ वस्तु के कोणीय साइज़ के समान होता है। कोई आवर्धक लेंस हमारी इस रूप में सहायता करता है : यदि आवर्धक लेंस नहीं है तो वस्तु 25 cm से कम दूरी पर नहीं रखी जा सकती; आवर्धक लेंस होने पर हम वस्तु को अपेक्षाकृत बहुत निकट रख सकते हैं। वस्तु निकट हो तो उसका कोणीय साइज़ 25 cm दूर रखने की तुलना में कहीं अधिक होता है। हमारे कोणीय आवर्धन पाने या उपलब्ध करने का यही अर्थ है।
- (b) हाँ, यह थोड़ा कम होता है, क्योंकि नेत्र पर अंतरित कोण लेंस पर अंतरित कोण से थोड़ा छोटा होता है। यदि प्रतिबिंब बहुत दूर हो तो यह प्रभाव नगण्य होता है। [नोट : जब नेत्र को लेंस से पृथक् रखते हैं, तो प्रथम वस्तु द्वारा नेत्र पर अंतरित कोण तथा इसके प्रतिबिंब द्वारा नेत्र पर अंतरित कोण समान नहीं होते।]
- (c) प्रथम, अत्यंत छोटे फोकस दूरी के लेंसों की घिसाई आसान नहीं है। इससे अधिक महत्वपूर्ण बात है कि यदि आप फोकस दूरी कम करते हैं तो इससे विपथन (गोलीय तथा वर्ण) बढ़ जाता है। अतः व्यवहार में, आप किसी सरल उत्तल लेंस से 3 या अधिक की आवर्धन क्षमता नहीं प्राप्त कर सकते हैं। तथापि, किसी विपथन संशोधित लेंस प्रणाली के उपयोग से इस सीमा को 10 या इसके सन्निकट कारक से बढ़ा सकते हैं।
- (d) किसी नेत्रिका का कोणीय आवर्धन $[(25/f_e) + 1]$ (f_e cm में) होता है जिसके मान में

$$f_e \text{ के घटने पर वृद्धि होती है। पुनः अभिदृश्यक का आवर्धन } \frac{v_o}{|u_o|} = \frac{1}{(|u_o|/f_o) - 1} \text{ से}$$

प्राप्त होता है जो अधिक होता है यदि $|u_o|$, f_o से कुछ अधिक हो। सूक्ष्मदर्शी का उपयोग अति निकट की वस्तुओं को देखने के लिए किया जाता है। अतः $|u_o|$ कम होता है और तदनुसार f_o भी।

(e) नेत्रिका के अभिदृश्यक के प्रतिबिंब को 'निर्गम द्वारक' कहते हैं। वस्तु से आने वाली सभी किरणें अभिदृश्यक से अपवर्तन के पश्चात निर्गम द्वारक से गुजरती हैं। अतः हमारे नेत्र से देखने के लिए यह एक आदर्श स्थिति है। यदि हम अपने नेत्र को नेत्रिका के बहुत ही निकट रखें तो नेत्रिका बहुत अधिक प्रकाश का अधिग्रहण नहीं कर पाएगी तथा दृष्टि-क्षेत्र भी घट जाएगा। यदि हम अपने नेत्र को निर्गम-द्वारक पर रखें तथा हमारे नेत्र की पुतली का क्षेत्रफल निर्गम-द्वारक के क्षेत्रफल से अधिक या समान हो तो हमारे नेत्र अभिदृश्यक से अपवर्तित सभी किरणों को अभिगृहीत कर लेंगे। निर्गम-द्वारक का सटीक स्थान सामान्यतः अभिदृश्यक एवं नेत्रिका के अंतराल पर निर्भर करता है। जब हम किसी सूक्ष्मदर्शी से, इसके एक सिरे पर अपने नेत्र को लगाकर देखते हैं तो नेत्र एवं नेत्रिका के मध्य आदर्श दूरी यंत्र के डिजाइन में अंतर्निहित होती है।

9.27 मान लीजिए कि सूक्ष्मदर्शी सामान्य उपयोग में है अर्थात् प्रतिबिंब 25 cm पर है। नेत्रिका का कोणीय आवर्धन

$$= \frac{25}{5} + 1 = 6$$

अभिदृश्यक का आवर्धन

$$= \frac{30}{6} = 5, \text{ अतः}$$

$$\frac{1}{5u_0} - \frac{1}{u_0} = \frac{1}{1.25}$$

जिससे $u_0 = -1.5 \text{ cm}$; $v_0 = 7.5 \text{ cm}$; $|u_e| = (25/6) \text{ cm} = 4.17 \text{ cm}$ प्राप्त होता है। अभिदृश्यक एवं नेत्रिका के बीच दूरी $(7.5 + 4.17) \text{ cm} = 11.67 \text{ cm}$ होनी चाहिए। अपेक्षित आवर्धन प्राप्त करने के लिए वस्तु को अभिदृश्यक से 1.5 cm दूर रखना होगा।

9.28 (a) $m = (f_0/f_e) = 28$

$$(b) m = \frac{f_0}{f_e} \left[1 + \frac{f_0}{25} \right] = 33.6$$

9.29 (a) $f_0 + f_e = 145 \text{ cm}$

(b) मीनार द्वारा अंतरित कोण $= (100/3000) = (1/30) \text{ rad}$; अभिदृश्यक द्वारा बनाए प्रतिबिंब से अंतरित कोण $= h/f_0$; $f_0 = 140 \text{ cm}$ । दोनों कोणों के मानों की तुलना करने पर $h = 4.7 \text{ cm}$ प्राप्त होता है।

(c) नेत्रिका का आवर्धन $= 6$ अंतिम प्रतिबिंब की ऊँचाई $= 28 \text{ cm}$

9.30 बड़े दर्पण (अवतल) द्वारा बनाया गया प्रतिबिंब छोटे दर्पण (उत्तल) के लिए आभासी बिंब का कार्य करता है। अनंत पर रखे बिंब से आने वाली समांतर किरणें, बड़े दर्पण से 110 mm दूर फोकसित होंगी। छोटे दर्पण के लिए आभासी बिंब की दूरी $= (110 - 20) = 90 \text{ mm}$ होगी। छोटे दर्पण की फोकस दूरी 70 mm है। दर्पण सूत्र का उपयोग करने पर हम देखेंगे कि प्रतिबिंब छोटे दर्पण से 315 mm दूर बनता है।

9.31 परावर्तित किरणें दर्पण के घूर्णन कोण से दोगुने कोण पर विक्षेपित होती हैं। अतः $d/1.5 = \tan 7^\circ$; $d = 18.4 \text{ cm}$

9.32 $n = 1.33$

अध्याय 10

10.1 (a) परावर्तित प्रकाश : (तरंगदैर्घ्य, आवृत्ति, चाल आपतित प्रकाश के समान हैं)

$$\lambda = 589 \text{ nm}, \nu = 5.09 \times 10^{14} \text{ Hz}, c = 3.00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

(b) अपवर्तित प्रकाश : (आवृत्ति, आपतित आवृत्ति के समान है)

$$\nu = 5.09 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\nu = (c/n) = 2.26 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}, \lambda = (c/\nu) = 444 \text{ nm}$$

10.2 (a) गोलीय

(b) समतल

(c) समतल (बड़े गोले की सतह का एक छोटा क्षेत्र लगभग समतलीय होता है)

10.3 (a) $2.0 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$

(b) हाँ, क्योंकि अपवर्तनांक और इसलिए माध्यम में प्रकाश की चाल तरंगदैर्घ्य पर निर्भर करती है [जब कोई विशिष्ट तरंगदैर्घ्य या प्रकाश का रंग न दिया गया हो तो हम दिए गए अपवर्तनांक का मान पीले प्रकाश के लिए ले सकते हैं]। अब हम जानते हैं कि बैंगनी प्रकाश का विचलन काँच के प्रिज़्म में लाल प्रकाश से अधिक होता है। अर्थात् $n_v > n_r$ इसलिए, श्वेत प्रकाश का बैंगनी अवयव, लाल अवयव से धीमी गति से गमन करता है।

10.4 $\lambda = \frac{1.2 \times 10^{-2} \times 0.28 \times 10^{-3}}{4 \times 1.4} \text{ m} = 600 \text{ nm}$

10.5 $K/4$

10.6 (a) 1.17 mm (b) 1.56 mm

10.7 0.15°

10.8 $\tan^{-1}(1.5) \simeq 56.3^\circ$

10.9 $5000 \text{ \AA}, 6 \times 10^{14} \text{ Hz}; 45^\circ$

10.10 40 m

10.11 सूत्र

$$\lambda' - \lambda = \frac{\nu}{c} \lambda \text{ का उपयोग करने से}$$

$$\text{अर्थात् } \nu = \frac{c}{\lambda} (\lambda' - \lambda)$$

$$= \frac{3 \times 10^8 \times 15}{6563}$$

$$= 6.86 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$$

10.12 न्यूटन के कणिका सिद्धांत के अनुसार, अपवर्तन में, विरल माध्यम से सघन माध्यम में प्रवेश करते समय आपतित कण सतह के लंबवत आकर्षण बल का अनुभव करता है। इसकी परिणति

वेग के अभिलंब घटक की वृद्धि में होगी। लेकिन पृष्ठ के अनुदिश घटक नियत रहता है। इसका तात्पर्य

$$c \sin i = v \sin r \quad \text{या} \quad \frac{v}{c} = \frac{\sin i}{\sin r} = n; \text{ क्योंकि } n > 1, v > c \text{ है।}$$

यह अवधारणा प्रायोगिक परिणामों के विरुद्ध है ($v < c$)। प्रकाश का तरंग सिद्धांत प्रयोग संगत है।

10.13 बिंदु बिंब को केंद्र लेकर दर्पण को स्पर्श करते हुए एक वृत्त खींचिए। यह गोलीय तरंगाग्र का बिंब से दर्पण पर पहुँचने वाला समतलीय भाग है। अब दर्पण की उपस्थिति एवं अनुपस्थिति में t समय के बाद उसी तरंगाग्र की इन्हीं स्थितियों को आरेखित कीजिए। आप दर्पण के दोनों ओर स्थित दो एक जैसे चाप पाएँगे। सरल ज्यामिति के उपयोग से, परावर्तित तरंगाग्र का केंद्र (बिंब का प्रतिबिंब) दर्पण से बिंब की बराबर दूरी पर दिखाई देगा।

10.14 (a) निर्वात में प्रकाश की चाल एक सार्वत्रिक नियतांक है जो सूचीबद्ध कारकों में से किसी पर भी निर्भर नहीं है। विशेषतः यह एक आश्चर्यजनक तथ्य है कि यह स्रोत तथा प्रेक्षक की सापेक्ष गति पर भी निर्भर नहीं करता है। यह तथ्य आइंस्टाइन के आपेक्षिकता के विशिष्ट सिद्धांत का मूल अभिगृहीत है।

(b) प्रकाश की चाल की माध्यम पर निर्भरता

(i) स्रोत की प्रकृति पर निर्भर नहीं है (प्रकाश की चाल का निर्धारण माध्यम के संचरण गुणों से है। यह तथ्य अन्य तरंगों के लिए भी सत्य है, जैसे ध्वनि-तरंगों एवं जल-तरंगों आदि के लिए)।

(ii) समदैशिक माध्यम के लिए संचरण दिशा पर निर्भर नहीं करता है।

(iii) स्रोत तथा माध्यम की सापेक्ष गति पर निर्भर नहीं करता लेकिन प्रेक्षक तथा माध्यम की सापेक्ष गति पर निर्भर करता है।

(iv) तरंगदैर्घ्य पर निर्भर करता है।

(v) तीव्रता पर निर्भर नहीं करता (यद्यपि अधिक तीव्र किरण-पुंज के लिए यह स्थिति अधिक जटिल है तथा यहाँ हमारे लिए महत्वपूर्ण नहीं है)।

10.15 ध्वनि-तरंगों के संचरण के लिए माध्यम आवश्यक है। यद्यपि (i) तथा (ii) स्थिति में संगत समान सापेक्ष गति (स्रोत तथा प्रेक्षक के मध्य) भौतिक रूप से समरूपी नहीं है, क्योंकि माध्यम के सापेक्ष प्रेक्षक की गति इन दोनों स्थितियों में भिन्न है। अतः, (i) तथा (ii) स्थितियों में हम ध्वनि के लिए डॉप्लर के सूत्रों की समानता की अपेक्षा नहीं कर सकते। निर्वात में प्रकाश-तरंगों के लिए, स्पष्टतया (i) तथा (ii) स्थिति के बीच कोई भेद नहीं है। यहाँ मात्र स्रोत तथा प्रेक्षक की सापेक्ष गतियाँ ही अर्थ रखती हैं तथा आपेक्षिकीय डॉप्लर का सूत्र (i) तथा (ii) स्थिति के लिए समान है। माध्यम में प्रकाश संचरण के लिए पुनः ध्वनि-तरंगों के समान, दोनों स्थितियाँ समान नहीं हैं तथा (i) तथा (ii) स्थितियों के लिए हमें डॉप्लर के सूत्र के भिन्न होने की अपेक्षा रखनी चाहिए।

10.16 $3.4 \times 10^{-4} \text{ m}$

10.17 (a) आकार $\sim \lambda/d$ सूत्र के अनुसार, आकार आधा रह जाता है। तीव्रता चार गुनी बढ़ जाती है।

(b) द्वि-झिरी समायोजन में व्यतिकरण फ्रिंजों की तीव्रता प्रत्येक झिरी के विवर्तन पैटर्न द्वारा माड्युलित (modulated) होती है।

(c) वृत्तीय अवरोध के किनारों से विवर्तित तरंगों छाया के केंद्र पर संपोषी व्यतिकरण द्वारा प्रदीप्त बिंदु उत्पन्न करती हैं।

- (d) तरंगों के बड़े कोण पर विवर्तन अथवा मुड़ने के लिए अवरोधों/द्वारकों का आकार, तरंग की तरंगदैर्घ्य के समकक्ष होना चाहिए। यदि अवरोध/द्वारक का आकार तरंगदैर्घ्य की तुलना में बहुत बड़ा है तो विवर्तन छोटे कोण से होगा। यहाँ आकार कुछ मीटरों की कोटि का होता है। प्रकाश की तरंगदैर्घ्य लगभग $5 \times 10^{-7} \text{ m}$ है, जबकि ध्वनि-तरंगों; जैसे 1k Hz आवृत्ति वाली ध्वनि की तरंगदैर्घ्य लगभग 0.3 m है। इस प्रकार ध्वनि-तरंगें विभाजक के चारों ओर मुड़ सकती हैं जबकि प्रकाश तरंगें नहीं मुड़ सकती।
- (e) न्यायसंगतता का आधार (d) में उल्लेखित है। साधारण प्रकाशिक यंत्रों में प्रयुक्त द्वारकों का आकार प्रकाश की तरंगदैर्घ्य से बहुत बड़ा होता है।

10.18 12.5 cm

10.19 0.2 nm

- 10.20** (a) ऐंटीना द्वारा प्राप्त सीधे संकेत तथा गुजरने वाले वायुयान से परावर्तित संकेतों का व्यतिकरण।
 (b) अध्यारोपण का सिद्धांत तरंगगति को नियंत्रित करने वाली अवकल (differential) समीकरण के रेखीय चरित्र से प्रतिपादित है। यदि y_1 और y_2 इस समीकरण के हल हैं, तो y_1 और y_2 का रेखीय योग भी उनका हल होगा। जब आयाम बड़े हों (उदाहरण के लिए उच्च तीव्रता का लेजर किरण-पुंज) तथा अरैखिक प्रभाव महत्वपूर्ण हो तो यह स्थिति और भी जटिल हो जाती है, जिसका समझना यहाँ आवश्यक नहीं है।
- 10.21** किसी एकल झिरी को n छोटी झिरियों में बाँटिए जिनमें प्रत्येक की चौड़ाई $a' = a/n$ है। कोण $\theta = n\lambda/a = \lambda/a'$ । प्रत्येक छोटी झिरी से कोण θ की दिशा में तीव्रता शून्य है। इनका संयोजन भी शून्य तीव्रता प्रदान करता है।

अध्याय 11

- 11.1** (a) $7.24 \times 10^{18} \text{ Hz}$ (b) 0.041 nm
- 11.2** (a) $0.34 \text{ eV} = 0.54 \times 10^{-19} \text{ J}$ (b) 0.34 V (c) 344 km/s
- 11.3** $1.5 \text{ eV} = 2.4 \times 10^{-19} \text{ J}$
- 11.4** (a) $3.14 \times 10^{-19} \text{ J}$, $1.05 \times 10^{-27} \text{ kg m/s}$ (b) 3×10^{16} फोटॉन/s
 (c) 0.63 m/s
- 11.5** 4×10^{21} फोटॉन/m² s
- 11.6** $6.59 \times 10^{-34} \text{ J s}$
- 11.7** (a) $3.38 \times 10^{-19} \text{ J} = 2.11 \text{ eV}$ (b) 3.0×10^{20} फोटॉन/s
- 11.8** 2.0 V
- 11.9** नहीं, क्योंकि $v < v_0$
- 11.10** $4.73 \times 10^{14} \text{ Hz}$
- 11.11** $2.16 \text{ eV} = 3.46 \times 10^{-19} \text{ J}$
- 11.12** (a) $4.04 \times 10^{-24} \text{ kg m s}^{-1}$ (b) 0.164 nm
- 11.13** (a) $5.92 \times 10^{-24} \text{ kg m s}^{-1}$ (b) $6.50 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$ (c) 0.112 nm
- 11.14** (a) $6.95 \times 10^{-25} \text{ J} = 4.34 \text{ eV}$ (b) $3.78 \times 10^{-28} \text{ J} = 0.236 \text{ neV}$

11.15 (a) $1.7 \times 10^{-35} \text{ m}$ (b) $1.1 \times 10^{-32} \text{ m}$ (c) $3.0 \times 10^{-23} \text{ m}$

11.16 (a) $6.63 \times 10^{-25} \text{ kg m/s}$ (दोनों के लिए) (b) 1.24 keV (c) 1.51 eV

11.17 (a) $6.686 \times 10^{-21} \text{ J} = 4.174 \times 10^{-2} \text{ eV}$ (b) 0.145 nm

11.18 $\lambda = h/p = h/(hv/c) = c/v$

11.19 0.028 nm

11.20 (a) $eV = (m v^2/2)$ का उपयोग कीजिए अर्थात्, $v = [(2eV/m)]^{1/2}$; $v = 1.33 \times 10^7 \text{ m s}^{-1}$
 (b) यदि हम $V = 10^7 \text{ V}$ के लिए उसी सूत्र का प्रयोग करें, तो $v = 1.88 \times 10^9 \text{ m s}^{-1}$ आता है। यह स्पष्ट रूप से गलत है, क्योंकि कोई भी द्रव्य कण प्रकाश के वेग ($c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$) से अधिक वेग से नहीं चल सकता। वस्तुतः गतिज ऊर्जा के लिए उपरोक्त सूत्र $(mv^2/2)$ केवल $(v/c) \ll 1$ के लिए वैध है। बहुत अधिक चाल पर, जब (v/c) के लगभग तुल्य (यद्यपि हमेशा 1 से कम) होता है, तो आपेक्षिकीय प्रभाव-क्षेत्र के कारण निम्नलिखित सूत्र वैध होते हैं :

आपेक्षिकीय संवेग $p = m v$

कुल ऊर्जा $E = m c^2$

गतिज ऊर्जा $K = m c^2 - m_0 c^2$

जहाँ आपेक्षिकीय द्रव्यमान m निम्नानुसार दिया जाता है

$$m = m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2}$$

m_0 कण का विराम द्रव्यमान कहलाता है। इन संबंधों से प्राप्त होता है :

$$E = (p^2 c^2 + m_0^2 c^4)^{1/2}$$

ध्यान दीजिए कि आपेक्षिकीय प्रभाव-क्षेत्र में, जब v/c लगभग 1 के बराबर होता है, तो कुल ऊर्जा $E \geq m_0 c^2$ (विराम द्रव्यमान ऊर्जा)। इलेक्ट्रॉन की विराम द्रव्यमान ऊर्जा लगभग 0.51 MeV होती है। इसलिए 10 MeV की गतिज ऊर्जा, जो इलेक्ट्रॉन की विराम द्रव्यमान ऊर्जा से बहुत अधिक है, आपेक्षिकीय प्रभाव-क्षेत्र को व्यक्त करती है। आपेक्षिकीय सूत्रों के प्रयोग से v (10 MeV गतिज ऊर्जा के लिए) $= 0.999 c$

11.21 (a) 22.7 cm

(b) नहीं। जैसा कि ऊपर स्पष्ट किया गया है, 20 MeV का एक इलेक्ट्रॉन आपेक्षिकीय गति से चलेगा। परिणामस्वरूप, अ-आपेक्षिकीय सूत्र $R = (m_0 v / e B)$ वैध नहीं रहता। आपेक्षिकीय सूत्र है

$$R = p / eB = mv / eB \text{ या } R = m_0 v / \left(eB \sqrt{1 - v^2 / c^2} \right)$$

11.22 $eV = (m v^2/2)$ तथा $R = (m v / e B)$ के प्रयोग से $(e/m) = (2V/R^2 B^2)$; तथा दिए गए आँकड़ों के प्रयोग से प्राप्त होता है : $(e/m) = 1.73 \times 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$

11.23 (a) 27.6 keV (b) 30 kV की कोटि का।

11.24 $\lambda = (hc/E)$ के प्रयोग से, जहाँ $E = 5.1 \times 1.602 \times 10^{-10} \text{ J}$ $\lambda = 2.43 \times 10^{-16} \text{ m}$

- 11.25** (a) $\lambda = 500 \text{ m}$ के लिए $E = (hc/\lambda) = 3.98 \times 10^{-28} \text{ J}$ प्रति सेकंड उत्सर्जित फोटॉनों की संख्या

$$= 10^4 \text{ J s}^{-1} / 3.98 \times 10^{-28} \text{ J} \simeq 3 \times 10^{31} \text{ s}^{-1}$$

हम देखते हैं कि रेडियोफोटॉन की ऊर्जा बहुत कम है और रेडियो पुंज में प्रति सेकंड उत्सर्जित फोटॉनों की संख्या बहुत अधिक है। इसलिए यहाँ ऊर्जा के न्यूनतम क्वांटम (फोटॉन) के अस्तित्व को उपेक्षित करने और रेडियो तरंग की कुल ऊर्जा को सतत मानने से नगण्य त्रुटि आती है।

- (b) $\nu = 6 \times 10^{14} \text{ Hz}$ के लिए $E \simeq 4 \times 10^{-19} \text{ J}$ न्यूनतम तीव्रता के संगत फोटॉनों का अभिवाह (फ्लक्स)

$$= 10^{-10} \text{ W m}^{-2} / 4 \times 10^{-19} \text{ J} = 2.5 \times 10^8 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

आँख की पुतली में प्रवेश करने वाले फोटॉनों की संख्या प्रति सेकंड $= 2.5 \times 10^8 \times 0.4 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1} = 10^4 \text{ s}^{-1}$ । यद्यपि यह फोटॉनों की संख्या (a) की तरह अत्यधिक नहीं है, फिर भी हमारे लिए यह काफी अधिक है, क्योंकि हम कभी भी अपनी आँखों से फोटॉनों को न तो अलग-अलग देख सकते हैं, न ही गिन सकते हैं।

- 11.26** $\phi_0 = h\nu - eV_0 = 6.7 \times 10^{-19} \text{ J} = 4.2 \text{ eV}$; $\nu_0 = \frac{f_0}{h} = 1.0 \times 10^{15} \text{ Hz}$; $\nu = 4.7 \times 10^{14} \text{ Hz} < \nu_0$ के संगत $\lambda = 6328 \text{ \AA}$ है।

चाहे लेजर के प्रकाश की तीव्रता कितनी भी अधिक क्यों न हो, फोटोसेल इस प्रकाश के लिए अक्रियाशील ही रहेगा।

- 11.27** दोनों स्रोतों के लिए $eV_0 = h\nu - \phi_0$ का उपयोग कीजिए। प्रथम स्रोत के लिए दिए गए आँकड़ों से, $\phi_0 = 1.40 \text{ eV}$ । अतः, दूसरे स्रोत के लिए $V_0 = 1.50 \text{ V}$ ।

- 11.28** V_0 और ν में आरेख खींचिए। आरेख का ढाल (h/e) और ν -अक्ष पर इसका अंतःखंड ν_0 को प्रदर्शित करता है। पहले चार बिंदु लगभग सरल रेखा पर आते हैं, जो ν -अक्ष को $\nu_0 = 5.0 \times 10^{14} \text{ Hz}$ (देहली आवृत्ति) पर काटती है। पाँचवाँ बिंदु $\nu < \nu_0$ के लिए होता है, जहाँ प्रकाश विद्युत उत्सर्जन नहीं होता और इसलिए धारा को रोकने के लिए निरोधी विभव की आवश्यकता नहीं होती। आरेख का ढाल $4.15 \times 10^{-15} \text{ V s}$ है। $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ तथा $h = 6.64 \times 10^{-34} \text{ J s}$ (h का मानक मान $= 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$) के प्रयोग से, $\phi_0 = h\nu_0 = 2.11 \text{ V}$

- 11.29** यह पाया गया है कि दी हुई आपतित आवृत्ति ν , ν_0 (Na) तथा ν_0 (K) से अधिक है, परंतु ν_0 (Mo) तथा ν_0 (Ni) से कम है। इसलिए Mo तथा Ni प्रकाश विद्युत उत्सर्जन नहीं करेंगे। यदि लेजर निकट लाया जाता है, तो विकिरण की तीव्रता बढ़ती है, लेकिन इससे Mo तथा Ni संबंधी परिणामों पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता। फिर भी Na और K से प्रकाश विद्युत धारा, विकिरण की तीव्रता बढ़ने के साथ बढ़ेगी।

- 11.30** प्रति परमाणु एक चालन इलेक्ट्रॉन और प्रभावी परमाण्विक क्षेत्रफल $\sim 10^{-20} \text{ m}^2$ मानने पर, 5 सतहों में इलेक्ट्रॉनों की संख्या

$$= \frac{5 \times 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2}{10^{-20} \text{ m}^2} = 10^{17}$$

आपतित शक्ति

$$= 10^{-5} \text{ W m}^{-2} \times 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$= 2 \times 10^{-9} \text{ W}$$

तरंग चित्रण (प्रकृति) में, आपतित शक्ति सभी इलेक्ट्रॉनों द्वारा सतत रूप से एकसमान अवशोषित होती है। परिणामस्वरूप, प्रति इलेक्ट्रॉन प्रति सेकंड अवशोषित ऊर्जा

$$= \frac{2 \times 10^{-9}}{10^{17}} = 2 \times 10^{-26} \text{ W}$$

प्रकाश विद्युत उत्सर्जन के लिए आवश्यक समय

$$= \frac{2 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}}{2 \times 10^{-26} \text{ W}} = 1.6 \times 10^7 \text{ s}$$

जो लगभग आधा (0.5) वर्ष है।

महत्व : प्रायोगिक रूप से, प्रकाश-विद्युत उत्सर्जन लगभग तात्क्षणिक ($\sim 10^{-9} \text{ s}$) प्रेक्षित होता है। इसलिए तरंग-प्रकृति प्रयोग से पूर्ण असहमति में है। फोटॉन-चित्रण में, ऊपरी सतह में विकिरण की ऊर्जा सभी इलेक्ट्रॉनों द्वारा समान रूप से साझित नहीं होती है। बल्कि, ऊर्जा असतत 'क्वांटा' के रूप में आती है और ऊर्जा का अवशोषण धीरे-धीरे नहीं होता। फोटॉन या तो अवशोषित नहीं होता है, या लगभग तात्क्षणिक रूप से इलेक्ट्रॉन द्वारा अवशोषित होता है।

11.31 $\lambda = 1 \text{ \AA}$ के लिए, इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा = 150 eV; फोटॉन की ऊर्जा = 12.4 keV

इसलिए, समान तरंगदैर्घ्य के लिए, फोटॉन की ऊर्जा, इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा से काफी अधिक होती है।

11.32 (a) $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mK}}$

इसलिए समान K के लिए, λ , द्रव्यमान m के साथ $(1/\sqrt{m})$ के अनुसार घटती है। अब $(m_n/m_e) = 1838.6$; अतः समान ऊर्जा 150 eV के लिए (अभ्यास 11.31 की तरह),

$$\text{न्यूट्रॉन की तरंगदैर्घ्य} = \left(\frac{1}{\sqrt{18386}} \right) \times 10^{-10} \text{ m} = 2.33 \times 10^{-12} \text{ m}$$

(Interatomic) दूरियाँ इससे लगभग सौ गुना बड़ी हैं। इसलिए 150 eV ऊर्जा का न्यूट्रॉन-पुंज विवर्तन प्रयोगों के लिए उपयुक्त नहीं है।

(b) $\lambda = (h/\sqrt{3mkT})$ के प्रयोग से $\lambda = 1.45 \times 10^{-10} \text{ m}$, जो क्रिस्टल में अंतरापरमाण्विक दूरियों के तुलनीय है। स्पष्टतया ऊपर (a) तथा (b) से, तापीय न्यूट्रॉन विवर्तन प्रयोगों के लिए उपयुक्त अन्वेषी (कण) हैं। इसलिए उच्च ऊर्जा के न्यूट्रॉन-पुंज को विवर्तन के लिए प्रयुक्त करने से पूर्व तापित कर लेना चाहिए।

11.33 $\lambda = 5.5 \times 10^{-12} \text{ m}$

λ (पीला प्रकाश) $5.9 \times 10^{-7} \text{ m}$

विभेदन क्षमता, तरंगदैर्घ्य के व्युत्क्रमानुपाती है। इसलिए इलेक्ट्रॉन सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता, प्रकाशीय सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता से लगभग 10^5 गुना है। व्यवहार में दूसरे (ज्यामितीय) कारकों का अंतर इस तुलना को थोड़ा सा परिवर्तित कर सकता है।

11.34 संवेग के लिए

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ Js}}{10^{-15} \text{ m}} = 6.63 \times 10^{-19} \text{ kg m s}^{-1}$$

ऊर्जा के लिए आपेक्षिकीय सूत्र के प्रयोग से

$$E^2 = c^2 p^2 + m_0^2 c^4 = 9 \times (6.63)^2 \times 10^{-22} + (0.511 \times 1.6)^2 \times 10^{-26}$$

$$\simeq 9 \times (6.63)^2 \times 10^{-22} \text{ J}^2$$

द्वितीय पद (विराम द्रव्यमान ऊर्जा) नगण्य हो जाता है।

$$\text{इसलिए, } E = 1.989 \times 10^{-10} \text{ J} = 1.24 \text{ BeV}$$

अतः त्वरक (accelerator) से निकले इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा कुछ BeV की कोटि की अवश्य होनी चाहिए।

$$\mathbf{11.35} \quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{3 m k T}} ; m_{\text{He}} = \frac{4 \times 10^{-3}}{6 \times 10^{23}} \text{ kg के प्रयोग से}$$

$$\lambda = 0.73 \times 10^{-10} \text{ m माध्य पृथक्करण (दूरी)}$$

$$r = (V/N)^{1/3} = (kT/p)^{1/3}$$

$T = 300 \text{ K}$, $p = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$ के लिए $r = 3.4 \times 10^{-9} \text{ m}$ प्राप्त होता है। हम पाते हैं कि $r \gg \lambda$

11.36 अभ्यास 11.35 वाला समान सूत्र प्रयोग करने पर $\lambda = 6.2 \times 10^{-9} \text{ m}$ जो दी गई अंतराइलेक्ट्रॉनिक दूरी से बहुत अधिक है।

11.37 (a) क्वार्क, न्यूट्रॉन या प्रोटॉन में ऐसे बलों से बंधे माने जाते हैं, जो उनको दूर खींचने पर प्रबल होते हैं। इसलिए ऐसा प्रतीत होता है कि यद्यपि प्रकृति में भिन्नात्मक आवेश हो सकते हैं, तथापि प्रेक्षणीय आवेश e के पूर्ण गुणज होते हैं।

(b) विद्युत तथा चुंबकीय क्षेत्रों के लिए क्रमशः दोनों मूल संबंध $eV = (1/2) m v^2$ या $eE = ma$ तथा $eBv = mv^2/r$, प्रदर्शित करते हैं कि इलेक्ट्रॉन की गतिकी e एवं m दोनों द्वारा अलग-अलग निर्धारित नहीं होती, बल्कि e/m द्वारा निर्धारित होती है।

(c) निम्न दाबों पर आयनों की, उनके संगत इलेक्ट्रोडों पर पहुँचने और धारा की रचना करने की संभावना होती है। सामान्य दाबों पर, गैस अणुओं से टक्कर और पुनर्संयोजन के कारण आयनों की ऐसी कोई संभावना नहीं होती।

(d) कार्य-फलन, इलेक्ट्रॉन को चालन बैंड के ऊपरी स्तर से धातु से बाहर निकालने के लिए आवश्यक न्यूनतम ऊर्जा मात्र है। धातु के सभी इलेक्ट्रॉन इस स्तर (ऊर्जा अवस्था) में नहीं होते। वे स्तरों की संतत बैंड में रहते हैं। परिणामस्वरूप, एक ही आपतित विकिरण के लिए, विभिन्न स्तरों से निकले इलेक्ट्रॉन, विभिन्न ऊर्जाओं के साथ निर्गत होते हैं।

(e) किसी कण की ऊर्जा E (न कि संवेग p) का परम मान एक योगात्मक स्थिरांक के अधीन स्वतंत्र है। इसलिए जहाँ λ भौतिक रूप से महत्वपूर्ण है, वहीं एक इलेक्ट्रॉन की द्रव्य तरंग के लिए v के परम मान का कोई सीधा भौतिक महत्व नहीं होता है। इसी तरह कला चाल $v\lambda$ भी भौतिक कण से महत्वपूर्ण नहीं है। समूह चाल

$$\frac{dv}{d(1/\lambda)} = \frac{dE}{dp} = \frac{d}{dp} \left(\frac{p^2}{2m} \right) = \frac{p}{m}$$

भौतिक रूप से अर्थपूर्ण है।

अध्याय 12

12.1 (a) से भिन्न नहीं

(b) टॉमसन मॉडल, रदरफोर्ड मॉडल

- (c) रदरफोर्ड मॉडल
(d) टॉमसन मॉडल, रदरफोर्ड मॉडल
(e) दोनों मॉडल

12.2 हाइड्रोजन परमाणु का नाभिक प्रोटॉन है। इसका द्रव्यमान $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ है, जबकि आपतित ऐल्फा कण का द्रव्यमान $6.64 \times 10^{-27} \text{ kg}$ है। क्योंकि प्रकीर्ण होने वाले कण का द्रव्यमान लक्ष्य नाभिक (प्रोटॉन) से अत्यधिक है इसलिए प्रत्यक्ष संघट्ट में भी ऐल्फा-कण वापस नहीं आएगा। यह ऐसा ही है जैसे कि कोई फुटबाल, विरामावस्था में टेनिस की गेंद से टकराए। इस प्रकार प्रकीर्णन बड़े कोणों पर नहीं होगा।

12.3 820 nm

12.4 $5.6 \times 10^{14} \text{ Hz}$

12.5 13.6 eV; -27.2 eV

12.6 $9.7 \times 10^{-8} \text{ m}$; $3.1 \times 10^{15} \text{ Hz}$

12.7 (a) $2.18 \times 10^6 \text{ m/s}$; $1.09 \times 10^6 \text{ m/s}$; $7.27 \times 10^5 \text{ m/s}$

(b) $1.52 \times 10^{-16} \text{ s}$; $1.22 \times 10^{-15} \text{ s}$; $4.11 \times 10^{-15} \text{ s}$

12.8 $2.12 \times 10^{-10} \text{ m}$; $4.77 \times 10^{-10} \text{ m}$

12.9 लाइमैन श्रेणी: 103 nm तथा 122 nm

बामर श्रेणी: 665 nm

12.10 2.6×10^{74}

12.11 (a) लगभग समान

(b) काफी कम

(c) यह संकेत करता है कि प्रकीर्णन मुख्यतः एक संघट्ट के कारण है क्योंकि एक संघट्ट की संभावना लक्ष्य परमाणुओं की संख्या के साथ रैखिकतः बढ़ती है और इसलिए मोटाई के साथ रैखिकतः बढ़ती है।

(d) टॉमसन मॉडल में, एक संघट्ट के कारण बहुत कम विक्षेप होता है। प्रेक्षित औसत प्रकीर्णन कोण की व्याख्या केवल बहुप्रकीर्णन को ध्यान में रखकर ही की जा सकती है। अतः टॉमसन मॉडल में बहुप्रकीर्णन की उपेक्षा गलत है। रदरफोर्ड मॉडल में अधिकतर प्रकीर्णन एक संघट्ट के कारण होता है और बहुप्रकीर्णन प्रभाव की प्रथम सन्निकटन पर उपेक्षा की जा सकती है।

12.12 बोर मॉडल की प्रथम कक्षा की त्रिज्या a_0 जिसका मान है $a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0(h/2\pi)^2}{m_e e^2}$

यदि हम परमाणु गुरुत्वीय बल ($Gm_p m_e / r^2$), द्वारा बँधा मानते हैं, तब हमें ($e^2 / 4\pi\epsilon_0$) के स्थान पर $Gm_p m_e$ प्रतिस्थापित करना चाहिए। अर्थात बोर मॉडल की प्रथम कक्षा की त्रिज्या

$$a_0^G = \frac{(h/2\pi)^2}{Gm_p m_e^2} \cong 1.2 \times 10^{29} \text{ m} \text{ होनी चाहिए। यह संपूर्ण विश्व के आकलित आकार से}$$

कहीं अधिक है।

$$\mathbf{12.13} \quad v = \frac{me^4}{(4\pi)^3 \epsilon_0^2 (h/2\pi)^3} \left[\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2} \right] = \frac{me^4(2n-1)}{(4\pi)^3 \epsilon_0^2 (h/2\pi)^3 n^2 (n-1)^2}$$

$$n \text{ के अधिक मान के लिए, } v \cong \frac{me^4}{32\pi^3 \epsilon_0^2 (h/2\pi)^3 n^3}$$

कक्षीय आवृत्ति $\nu_c = (v/2\pi r)$ है।

बोर मॉडल में $\nu = \frac{n(h/2\pi)}{mr}$, और $r = \frac{4\pi\epsilon_0(h/2\pi)^2}{me^2}n^2$ है।

$$\text{अतः } \nu_c = \frac{n(h/2\pi)}{2\pi mr^2} = \frac{me^4}{32\pi^3\epsilon_0^2(h/2\pi)^3n^3}$$

जो n के अधिक मान के लिए ν के मान के समान है।

- 12.14** (a) राशि $\left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}\right)$ की विमा लंबाई की विमा है। इसका मान $2.82 \times 10^{-15} \text{ m}$ है जो प्ररूपी परमाण्वीय आमाप से काफी कम है।

- (b) राशि $\frac{4\pi\epsilon_0(h/2\pi)^2}{me^2}$ की विमा, लंबाई की विमा है। इसका मान $0.53 \times 10^{-10} \text{ m}$ है जो परमाण्वीय साइजों की कोटि का है। (ध्यान दीजिए कि विमीय तर्क वास्तव में यह नहीं बता सकते कि हमें सही साइज प्राप्त करने के लिए h के स्थान पर 4π और $h/2\pi$ प्रतिस्थापित करना चाहिए।

- 12.15** बोर मॉडल में, $mvr = n\hbar$ और $\frac{mv^2}{r} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

$$\text{अतः } T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r}; r = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{Ze^2 m}n^2$$

इन संबंधों पर स्थितिज ऊर्जा के लिए शून्य के चयन का कोई प्रभाव नहीं है। अब स्थितिज ऊर्जा के शून्य स्तर को अनंत पर चयन करने पर

$$V = - (Ze^2/4\pi\epsilon_0 r)$$

जिससे $V = -2T$ और $E = T + V = -T$ प्राप्त होता है

- (a) E का उद्धृत मान $= -3.4 \text{ eV}$ अनंत पर स्थितिज ऊर्जा शून्य स्तर के प्रथागत चयन पर आधारित है। $E = -T$ प्रयोग करने पर, इलेक्ट्रॉन की इस अवस्था में गतिज ऊर्जा $+3.4 \text{ eV}$ है।
- (b) $V = -2T$ के प्रयोग से, इलेक्ट्रॉन की स्थितिज ऊर्जा $= 6.8 \text{ eV}$ प्राप्त होती है।
- (c) यदि स्थितिज ऊर्जा के शून्य स्तर का भिन्न तरीके से चयन किया जाता है तो गतिज ऊर्जा अपरिवर्तित रहती है। गतिज ऊर्जा का मान $+3.4 \text{ eV}$, स्थितिज ऊर्जा के शून्य स्तर के चयन पर निर्भर नहीं करता है। यदि स्थितिज ऊर्जा का शून्य स्तर भिन्न ढंग से चयनित किया जाता है तो इलेक्ट्रॉन की स्थितिज ऊर्जा एवं कुल ऊर्जा अवस्था परिवर्तित हो जाएगी।

- 12.16** ग्रहीय गति से संबद्ध कोणीय संवेग h के सापेक्ष अद्वितीय रूप से बड़ा है। उदाहरणार्थ, अपनी कक्षीय गति में पृथ्वी का कोणीय संवेग $10^{70}h$ कोटि का है। बोर के क्वांटमीकरण अभिगृहीत के पदों में, यह n के बहुत बड़े (10^{70} की कोटि का) मान के संगत है। n के इतने बड़े मान के लिए बोर मॉडल के क्वांटित स्तरों के उत्तरोत्तर ऊर्जाओं और कोणीय संवेगों के अंतर व्यावहारिक उद्देश्यों के संतत स्तरों की क्रमशः ऊर्जाओं और कोणीय संवेगों की तुलना में बहुत कम हैं।

12.17 बोर मॉडल के सूत्रों में m_e को m_μ से प्रतिस्थापित करने की आवश्यकता है। अतः अन्य पदों को नियत रखते हुए हम पाते हैं कि $r \propto (1/m)$ और $E \propto m$

$$\text{अतः } r_\mu = \frac{r_e m_e}{m_\mu} = \frac{0.53 \times 10^{-13}}{207} = 2.56 \times 10^{-13} \text{ m}$$

$$E_m = \frac{E_e m_\mu}{m_e} = -(13.6 \times 207) \text{ eV} \cong -2.8 \text{ keV}$$

अध्याय 13

13.1 (a) 6.941 u (b) 19.9%, 80.1%

13.2 20.18 u

13.3 104.7 MeV

13.4 8.79 MeV, 7.84 MeV

13.5 $1.584 \times 10^{25} \text{ MeV}$ अथवा $2.535 \times 10^{12} \text{ J}$

13.6 i) ${}^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn} + {}^4_2\text{He}$ ii) ${}^{242}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{238}_{92}\text{U} + {}^4_2\text{He}$

iii) ${}^{32}_{15}\text{P} \rightarrow {}^{32}_{16}\text{S} + e^- + \bar{\nu}$ iv) ${}^{210}_{83}\text{B} \rightarrow {}^{210}_{84}\text{Po} + e^- + \bar{\nu}$

v) ${}^{11}_6\text{C} \rightarrow {}^{11}_5\text{B} + e^+ + \nu$ vi) ${}^{97}_{43}\text{Tc} \rightarrow {}^{97}_{42}\text{Mo} + e^+ + \nu$

vii) ${}^{120}_{54}\text{Xe} + e^- \rightarrow {}^{120}_{53}\text{I} + \nu$

13.7 (a) 5 T वर्ष (b) 6.65 T वर्ष

13.8 4224 वर्ष

13.9 $7.126 \times 10^{-6} \text{ g}$

13.10 $7.877 \times 10^{10} \text{ Bq}$ अथवा 2.13 Ci

13.11 1.23

13.12 (a) $Q = 4.93 \text{ MeV}$, $E_\alpha = 4.85 \text{ MeV}$ (b) $Q = 6.41 \text{ MeV}$, $E_\alpha = 6.29 \text{ MeV}$

13.13 ${}^{11}_6\text{C} \rightarrow {}^{11}_5\text{B} + e^+ + \nu + Q$

$$Q = [m({}^{11}_6\text{C}) - m({}^{11}_5\text{B}) - 2m_e] c^2$$

यहाँ इंगित द्रव्यमान परमाणुओं के न होकर नाभिकों के हैं। यदि परमाण्वीय द्रव्यमानों का उपयोग करने के लिए हमें ${}^{11}_6\text{C}$ के लिए $6m_e$ तथा ${}^{11}_5\text{B}$ के लिए $5m_e$ द्रव्यमानों का और योग करना होगा। अतः

$$Q = [m({}^{11}_6\text{C}) - m({}^{11}_5\text{B}) - 2m_e] c^2$$

दिए गए द्रव्यमानों के उपयोग से $Q = 0.961 \text{ MeV}$

$$Q = E_\alpha + E_e + E_\nu$$

विघटनज नाभिक e^+ तथा ν की तुलना में अधिक भारी है, अतः विघटनज नाभिक की ऊर्जा नगण्य ($E_d \approx 0$) होती है। यदि न्यूट्रिनो की गतिज ऊर्जा (E_ν) न्यूनतम (अर्थात् शून्य) हो तो पॉजीट्रॉन की ऊर्जा अधिकतम होगी, जो व्यावहारिक रूप से Q के बराबर होगी अर्थात् E_e का अधिकतम मान Q होगा।

13.14 ${}^{23}_{10}\text{Ne} \rightarrow {}^{23}_{11}\text{Na} + e^- + \bar{\nu} + Q$; $Q = [m_N({}^{23}_{10}\text{Ne}) - m_N({}^{23}_{11}\text{Na}) - m_e]c^2$, अभ्यास 13.13 के समान ही, यहाँ प्रयुक्त द्रव्यमान नाभिकों के लिए है, परमाणुओं के नहीं। परमाण्वीय द्रव्यमानों के मान प्रयोग करने पर $Q = [m({}^{23}_{10}\text{Ne}) - m({}^{23}_{11}\text{Na})]c^2$; $Q = 4.37 \text{ MeV}$ । अभ्यास 13.13 के समान ही इलेक्ट्रॉन की अधिकतम गतिज ऊर्जा $Q = 4.37 \text{ MeV}$ ।

13.15 (i) $Q = -4.03 \text{ MeV}$; ऊष्माशोषी

(ii) $Q = 4.62 \text{ MeV}$; ऊष्माउत्सोर्जी

13.16 $Q = m({}^{56}_{26}\text{Fe}) - 2m({}^{28}_{13}\text{Al}) = 26.90 \text{ MeV}$; असंभव

13.17 $4.536 \times 10^{26} \text{ MeV}$

13.18 ${}^{235}_{92}\text{U}$ की प्रति ग्राम उत्पादित ऊर्जा = $\frac{6 \times 10^{23} \times 200 \times 1.6 \times 10^{-13}}{235} \text{ J g}^{-1}$

5 वर्ष के समय में 80% समय के लिए उपयोग किए जाने पर रिएक्टर में व्ययित ${}^{235}_{92}\text{U}$ की मात्रा

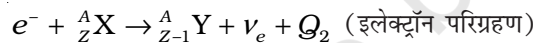
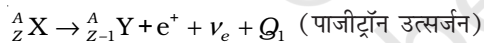
$$= \frac{5 \times 0.8 \times 3.154 \times 10^{16} \times 235}{1.2 \times 1.6 \times 10^{13}} \text{ g} = 1544 \text{ kg}$$

${}^{235}_{92}\text{U}$ की प्रारंभिक मात्रा = 3088 kg

13.19 लगभग $4.9 \times 10^4 \text{ y}$

13.20 360 KeV

13.22 प्रतियोगी प्रक्रमों पर विचार कीजिए :



$$Q_1 = [m_N({}_Z^AX) - m_N({}_{Z-1}^AY) - m_e]c^2$$

$$= [m({}_Z^AX) - Zm_e - m({}_{Z-1}^AY) + (Z-1)m_e - m_e]c^2$$

$$= [m({}_Z^AX) - m({}_{Z-1}^AY) - 2m_e]c^2$$

$$Q_2 = [m_N({}_Z^AX) + m_e - m_N({}_{Z-1}^AY)]c^2 = [m({}_Z^AX) - m({}_{Z-1}^AY)]c^2$$

अतः $Q_1 > 0$ तथा $Q_2 > 0$ परंतु $Q_2 > 0$ का अर्थ $Q_1 > 0$ आवश्यक नहीं है।

13.23 ${}^{25}_{12}\text{Mg}$: 9.3%, ${}^{26}_{12}\text{Mg}$: 11.7%

13.24 एक नाभिक ${}_Z^AX$ की न्यूट्रॉन पृथक्करण ऊर्जा S_n के लिए समीकरण है,

$$S_n = [m_N({}_{Z-1}^{A-1}X) + m_n - m_N({}_Z^AX)]c^2$$

दिए हुए आँकड़ों एवं $c^2 = 931.5 \text{ MeV/u}$ का उपयोग करने पर हम पाते हैं

$$S_n(^{41}_{20}\text{Ca})=8.36 \text{ MeV एवं } S_n(^{27}_{13}\text{Al})=13.06 \text{ MeV}$$

13.25 209 d

13.26 $^{14}_6\text{C}$ के उत्सर्जन के लिए

$$\begin{aligned} Q &= [m_N(^{223}_{88}\text{Ra}) - m_N(^{209}_{82}\text{Pb}) - m_N(^{14}_6\text{C})]c^2 \\ &= [m(^{223}_{88}\text{Ra}) - m(^{209}_{82}\text{Pb}) - m(^{14}_6\text{C})]c^2 = 31.85 \text{ MeV} \end{aligned}$$

$$^4_2\text{He के उत्सर्जन के लिए, } Q = [m(^{223}_{88}\text{Ra}) - m(^{219}_{86}\text{Rn}) - m(^4_2\text{He})]c^2 = 5.98 \text{ MeV}$$

$$\mathbf{13.27} \quad Q = [m(^{238}_{92}\text{U}) + m_n - m(^{140}_{58}\text{Ce}) - m(^{99}_{44}\text{Ru})]c^2 = 231.1 \text{ MeV}$$

$$\mathbf{13.28} \quad (\text{a}) \quad Q = [m(^2_1\text{H}) + m(^3_1\text{H}) - m(^4_2\text{He}) - m_n]c^2 = 17.59 \text{ MeV}$$

(b) कूलॉम प्रतिकर्षण के निरसन के लिए आवश्यक गतिज ऊर्जा = 480.0 KeV

$$480.0 \text{ keV} = 7.68 \times 10^{-14} \text{ J} = 3kT$$

$$\therefore T = \frac{7.68 \times 10^{-14}}{3 \times 1.381 \times 10^{-23}} \quad (\text{चूँकि } k = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1})$$

$$= 1.85 \times 10^9 \text{ K (आवश्यक ताप)}$$

$$\mathbf{13.29} \quad K_{\max}(\beta_1) = 0.284 \text{ MeV}, K_{\max}(\beta_2) = 0.960 \text{ MeV}$$

$$\nu(\gamma_1) = 2.627 \times 10^{20} \text{ Hz}, \nu(\gamma_2) = 0.995 \times 10^{20} \text{ Hz}, \nu(\gamma_3) = 1.632 \times 10^{20} \text{ Hz}$$

13.30 (a) नोट करें कि सूर्य के अन्तर में चार ^1_1H नाभिक मिलकर (संलयन) एक ^4_2He नाभिक बनाते हैं तथा प्रति संलयन लगभग 26 MeV की ऊर्जा विमुक्त होती है।

$$1 \text{ kg हाइड्रोजन के संलयन में विमुक्त ऊर्जा} = 39 \times 10^{26} \text{ MeV}$$

$$(b) \quad 1 \text{ kg } ^{235}_{92}\text{U के विखंडन में विमुक्त ऊर्जा} = 5.1 \times 10^{26} \text{ MeV}$$

1 kg हाइड्रोजन के संलयन में विमुक्त ऊर्जा, 1 kg यूरेनियम के विखंडन में विमुक्त ऊर्जा की लगभग 8 गुनी है।

$$\mathbf{13.31} \quad 3.076 \times 10^4 \text{ kg}$$

अध्याय 14

14.1 (c)

14.2 (d)

14.3 (c)

14.4 (c)

14.5 (c)

14.6 अर्धतरंग के लिए 50 Hz ; पूर्ण तरंग के लिए 100 Hz

14.7 नहीं ($h\nu$ का मान E_g से अधिक ही है)

14.8 $n_e \approx 4.95 \times 10^{22}$; $n_h = 4.75 \times 10^9$; n-प्रकार का, चूँकि $n_e \gg n_h$

संकेत : आवेश उदासीनता के लिए $N_D - N_A = n_e - n_h$; $n_e \cdot n_h = n_i^2$

इन समीकरणों को हल करने पर, $n_e = \frac{1}{2} \left[(N_D - N_A) + \sqrt{(N_D - N_A)^2 + 4n_i^2} \right]$

14.9 1×10^5

14.10 (a) 0.0629 A, (b) 2.97 A, (c) 0.336 Ω

(d) दोनों वोल्टताओं के लिए धारा I का मान लगभग I_0 के समान होगा, इससे ज्ञात होता है कि पश्चदिशिक बायस में गतिक प्रतिरोध का मान अनंत होगा!

14.12 NOT ; A Y

0 1

1 0

14.13 (a) AND (b) OR

14.14 OR गेट

14.15 (a) NOT, (b) AND