पाठ 7. निर्देशांक ज्यामिति

प्रश्नावली 7.1

Q1. बिन्दुओं के निम्नलिखित युग्मों के बीच की दूरियाँ ज्ञात कीजिए :

(i) (2,3),(4,1)

(ii) (-5,7), (-1,3)

(iii) (a,b), (-a,-b)

Q2. बिन्दुओं (0,0) और (36,15) के बीच की दुरी ज्ञात कीजिए | क्या अब आप अनुच्छेद 7.2 में दिए दोनों शहरों A और B के बीच की दूरी ज्ञात कर सकते हैं ?

Q3. निर्धारित कीजिए की क्या बिन्दु (1,5), (2,3) और (-2,-11) सरेंखी हैं|

Q4. जाँच कीजिए कि क्या बिन्दु (5,-2), (6,4) और (7, -2) एक समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं |

Q5. किसी कक्षा में. चार मित्र बिन्दुओं A,B,C और D पर बैठे हुए हैं, जैसाकि आकृति 7.8 में दर्शाया गया है | चंपा और चमेली कक्षा के अन्दर आती हैं और कुछ मिनट तक देखने तक के बाद, चंपा चमेली से पूछती है, 'क्या तुम नहीं सोचती हो कि ABCD एक वर्ग है ?' चमेली इससे सहमत नहीं है ?' दूरी सूत्र का प्रयोग करके, बताइए कि इनमें कौन सही है |

Q6. निम्नलिखित बिन्दुओं द्वारा बनने वाले चर्तुभुज का प्रकार (यदि कोई है तो) बताइए तथाअपने उतर के लिए करण भी दीजिए :

(i) (− 1, − 2), (1, 0), (− 1, 2), (− 3, 0)

(ii) (−3, 5), (3, 1), (0, 3), (−1, − 4)

(iii) (4, 5), (7, 6), (4, 3), (1, 2)

हल :

(i) (− 1, − 2), (1, 0), (− 1, 2), (− 3, 0)

माना बिन्दुएँ A(− 1, − 2), B(1, 0), C(− 1, 2), तथा D(− 3, 0) हैं |

इसी प्रकार,

बिन्दुएँ A(− 1, − 2), B(1, 0), C(− 1, 2), तथा D(− 3, 0)बनने वाला चर्तुभुज वर्ग हैं | क्योंकि इन बिन्दुओं बनने वाले चर्तुभुज की भुजा बराबर है अर्थात AB = BC = CD = AD हैं |

हल : (ii)(−3, 5), (3, 1), (−1, − 4)

माना बिन्दुएँ A(−3, 5), B(3, 1), C(0, 3), तथा D(−1, – 4) हैं |

इसी प्रकार दुरी सूत्र से,

बिन्दु A(−3, 5), B(3, 1), C(0, 3), तथा D(−1, – 4) से बनने वाला चर्तुभुज एक विषमबाहु चर्तुभुज हैं | क्योंकि इन बिन्दुओं से बनने वाले चर्तुभुज की भुजा बराबर नहीं है और किसी भी चर्तुभुज के गुण के सामान नहीं है,

हल : (iii) (4, 5), (7, 6), (4, 3),

माना बिन्दुएँ A(4, 5), B(7, 6), C(4, 3), तथा D(1, 2)हैं |

इसी प्रकार,

बिन्दु A(4, 5), B(7, 6), C(4, 3), तथा D(1, 2)से बनने वाला चर्तुभुज आयात तथा समांतर चर्तुभुज हैं |क्योंकि इन बिन्दुओं से बनने वाले चर्तुभुज की दो भुजाओं के युग्म बराबर है,

Q7. x- अक्ष मान पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो (2,-5) और (-2,9) से समदूरस्थ हैं|

हल : माना A(2, −5), B(−2, 9), तथा X-अक्ष पर बिंदु P(x, 0), हैं |

अत: $AP^2 = BP^2$ (चूँकि A तथा B बिंदु P से समदूरस्थ है)

अत: X-अक्ष पर बिंदु P (-7, 0) है |

Q8. y का वह मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए बिन्दु P(2,-3) और Q(10,y) के बीच की दुरी 10 मात्रक है |

हल : बिंदु P(2, – 3)और Q(10, y) हैं तथा दोनों बिन्दुओं का मात्रक 10 हैं |

दोनों तरफ वर्ग करने पर,
$10^2 = (10 - 2)^2 + (y + 3)^2$

$100 = 8^2 + y^2 + 6y + 9$

$100 = 64 + y^2 + 6y + 9$

$100 = 73 + y^2 + 6y$

$100 - 73 = y^2 + 6y$

$y^2 + 6y = 27$

$y^2 + 6y - 27 = 0$

$y^2 + 9y - 3y - 27 = 0$

$y(y + 9) - 3(y + 9) = 0$

$(y + 9)(y - 3) = 0$

$y + 9 = 0$ तथा $y - 3 = 0$

अत: $y = -9$ तथा $y = 3$

अतः y का एक मान 3 तथा -9 हैं |

Q9. यदि Q(0,1) बिन्दुओं P(5,-3) और R(x,6) से समदूरस्थ है, तो x के मान ज्ञात कीजिए | दुरियाँ QR और PR भी ज्ञात कीजिए |

हल : बिन्दु Q(0, 1), P(5, –3) और R(x, 6)से समदूरस्थ हैं |

Q10. x और y में एक ऐसा संबध ज्ञात कीजिए कि बिन्दु (x, y) बिन्दुओं (3, 6) और (-3, 4) से समदूरस्थ हो |

हल : माना बिदुएँ P(x, y) तथा A(3, 6) और B(-3, 4)

AP तथा BP समदूरस्थ हैं |

इसलिए, AP = BP

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$AP^2 = BP^2$

$(x - 3)^2 + (y - 6)^2 = (x + 3)^2 + (y - 4)^2$

$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 12y + 36 = x^2 + 6x + 9 + y^2 - 8y + 16$

$-6x - 12y + 36 = 6x - 8y + 16$

$36 - 16 = 6x + 6x - 8y + 12y$

$20 = 12x + 4y$

$12x + 4y = 20$

$4(3x + y) = 20$

$3x + y =$

$3x + y = 5$

$3x + y - 5 = 0$

प्रश्नावली 7.2

Q1. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जो बिन्दुओं (-1,7) और (4,-3) को मिलाने वाले रेखाखंड को 2:3 के अनुपात में विभाजित करता है |

हल :

Q2. बिन्दुओं (4,-1) और (-2,-3) को जोड़ने वाले रेखाखंड को सम त्रिभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए |

Q3. आपके स्कूल में खेल -कूद क्रियाकलाप आयोजित करने के लिए, एक आयताकार मैदान ABCD में, चुने से परस्पर 1m की दुरी पर पंक्तियाँ बनाई गई हैं | AD के अनुदिश परस्पर 1m की दुरी पर 100 गमले रखे हैं, जैसा कि आकृति 7.12 में दर्शाया गया है | निहारिका दूसरी पंक्ति में AD के 1/4 भाग के बराबर की दूरी दौड़ती है और वहाँ एक हरा झंडा गाड़ देती है |प्रीत आठवीं पंक्ति में AD के 1/5 भाग के बराबर की दूरी दौडती है और वहाँ एक लाल झंडा गाड देती है दोनों झंडों के बीच की दूरी क्या है? यदि रश्मि को एक नीला झंडा इन दोनों झंडों को मिलाने वाले रेखाखंड पर ठीक आधी दूरी (बीच में) पर गाड़ना हो तो उसे अपना झंडा कहाँ गाड़ना चाहिए ?

Q4. बिन्दुओं (-3,10) और (6,-8) को जोड़ने वाले रेखाखंड को बिन्दु (-1,6) किस अनुपात में विभाजित करता है|

Q5. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिन्दुओं A(1,-5) और B(-4,5) को मिलाने वाला रेखाखंड x-अक्ष से विभाजित होता है| इस विभाजन बिंदु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए |

Q6. यदि बिन्दु (1,2),(4,y),(x,6) और (3,5), इसी क्रम में लेने पर, एक समांतर चतुर्भुज के शीर्ष हो तो x और y ज्ञात कीजिए |

Q7. बिन्दु A के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जहाँ AB एक वृत्त का व्यास है जिसका केंद्र (2,-3) है तथा B के निर्देशांक (1,4) हैं|

Q8. यदि A और B क्रमशः (-2,-2) और (2,-4) हो तो बिन्दु P के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ताकि AP = 3/7 AB हो और P रेखाखंड AB पर स्थित हो |

Q9.बिन्दुओं A(-2,2) और B(2,8) को जोड़ने वाले रेखाखंड AB को चार बराबर भागों में विभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए |

Q10. एक समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष, इसी क्रम में, (3,0), (4,5), (-1,4) और (-2,-1) हैं)

प्रश्नावली 7.4

Q1. बिन्दुओं A(2,-2) और B(3,7) को जोड़ने वाले रेखाखंड को रेखा 2x + y - 4 = 0 जिस अनुपात में विभाजित करती है उसे ज्ञात कीजिए |

Q2. x और y में एक संबंध ज्ञात कीजिए, यदि बिउंदु (x,y), (1,2) और (7,0) सरेंखी हैं|

Q3.बिन्दुओं (6,-6),(3,7) और (3,3) से होकर जाने वाले वृत्त का केंद्र ज्ञात कीजिए |

Q4. किसी वर्ग के दो सम्मुख शीर्ष (-1,2) और (3,2) हैं) वर्ग के अन्य दोनों शीर्ष ज्ञात कीजिए |

Q5. कृष्णा नगर के एक सेकेंडरी स्कूल के कक्षा X के विधार्थियों को उनके बागवानी क्रियाकलाप के लिए, एक आयताकार भूखंड दिया गया है | गुलमोहर की पौध को परस्पर 1m की दूरी पर इस भूखंड की परिसीमा (boundary) पर लगाया जाता है | इस भूखंड के अन्दर एक त्रिभुजाकार घास लगा हुआ लॉन (lawn) है, जैसाकि आकृति 7.14 में दर्शाया गया है | विधार्थियों को भूखंड के शेष भाग में फूलों के पौधे के बीज बोने हैं |

(i) A को मूलबिंदु मानते हुए, त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए |

(ii) यदि मूलबिंदु C हो, त्रिभुज PQR के निर्देशांक क्या होंगे | साथ ही, उपरोक्त दोनों स्थितियों में, त्रिभुजों के क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए | आप क्या देखते हैं ?

Q6. एक त्रिभुज ABC के शीर्ष A(4,6), B(1,5) और C(7,2) हैं | भुजाओं AB और AC को क्रमशः D और E पर प्रतिच्छेद करते हुए एक रेखा इस प्रकार खींची गई है की AD/AB AE/AC 1/4 है | त्रिभुज ADE का क्षेत्रफल परिकलित कीजिए और इसकी तुलना त्रिभुज ABC के क्षेत्रफल से कीजिए |

Q7. मान लीजिए A (4,2), B(6,5) और C(1,4) एक त्रिभुज ABC के शीर्ष हैं |

(i) A से होकर जाने वाली माध्यिका BC से D पर मिलती है | बिन्दु D के निर्देशांक ज्ञात कीजिए|

(ii) AD पर स्थित ऐसे बिन्दु P के निर्देशांक ज्ञात कीजिए की AP : PD = 2:1 हो |

(iii) माध्यिकाओं BE और CF पर ऐसे बिन्दुओं Q और R के निर्देशांक ज्ञात कीजिए की BQ : QE = 2 : 1 हो और CR : RF = 2 : 1 हो |

(iv) आप क्या देखते हैं ?

[नोट : वह बिन्दु जो तीनों माध्यिकाओं में सार्वनिष्ठ हो, उस त्रिभुज का केन्द्रक (centroid) कहलाता है और यह प्रत्येक माध्यिका को 2 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है |]

(v) यदि $A(x_1\ y_1\ )_2$ $B(X_2\ y_2\ )$ और $C(x_3\ y_3)$ त्रिभुज ABC के शीर्ष हैं, तो इस त्रिभुज के केन्द्रक के निर्देशांक ज्ञात कीजिए |

Q8. बिन्दुओं A(-1,-1), B(-1,4), C(5,4) और D(5,-1) से एक आयात ABCD बनता है| PQR और S क्रमशः भुजाओं AB,BC,CD और DA के मध्य बिन्दु हैं | क्या चतुर्भुज PQRS एक वर्ग है? क्या यह एक आयत है ? क्या यह एक समचतुर्भुज है ? सकारण उत्तर दीजिए |